

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

飛行模擬器動感平台之驅動程式的研究

計畫類別：■個別型計畫 □整合型計畫

計畫編號：NSC90-2212-E-032-013

執行期間：90 年 08 月 01 日至 91 年 07 月 31 日

計畫主持人：馬德明

共同主持人：

計畫參與人員：

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：淡江大學 航空太空工程學系

中華民國八十九年七月三十一日

論文內容提要：

鑑於國內對飛行模擬器的發展尚處於萌芽階段且主要是以硬體的六軸動感平台為主，各方面的研究討論包括平台的理論分析、動態特性的討論和規格設計甚至包括實體的實做都有相當成果，唯獨對於驅動模擬器的軟體發展方面國內仍付之闕如，所以本論文將對此一方面進行探討與研究。

我們知道當飛機在運動時，飛行員要能在飛行運動平台上感受到實際飛機的飛行狀況，除了對飛行器儀表的判讀外還包括了個人主觀的平移和轉動運動。所以本文主要是透過對人體的視覺和平衡器官的了解，文中包括對人體的平衡器官的描述以及其數學模式的探討，並以此為基礎利用最佳化的控制理論來設計沖洗濾波器希望以有限的平台運動來模擬實際飛機的六自由度的運動。

在理論方面主要參考國外的期刊論文對其做進一步的瞭解與研究並且利用 Matlab 軟體具體來實現沖洗濾波器的型式，最後利用簡單的模擬來對沖洗濾波器進行測試，藉由模擬的結果來討論是否滿足設計。

關鍵字：前庭系統、飛行模擬器、沖洗率波器

目錄

中文摘要	iii
英文摘要	iv
目錄.....	v
圖錄.....	vii
表錄.....	xii
第一章 緒論	1
1.1 前言.....	1
1.2 模擬器簡介.....	3
1.3 研究方法	8
第二章 基本定義	10
2.1 參考座標.....	10
2.2 座標轉換	13
第三章平衡器官	15
3.1 內耳構造	15
3.2 平衡器官.....	15
3.3 橢圓囊的生理結構.....	17
3.4 半規管的生理結構.....	18
第四章 平衡器官的數學模式.....	21

4.1 半規管的數學模式.....	21
4.2 耳石的數學模式.....	29
第五章 利用最佳化控制理論來設計沖洗濾波器(Washout filter)	34
5.1 簡介.....	34
5.3 平衡器官-前庭系統.....	42
5.4 系統方程式的結合.....	48
第六章 結果與討論.....	61
6.1 結果驗證.....	61
6.2 通道特性討論.....	64
6.3 模擬結果.....	67
第七章 結論.....	92
參考文獻	94
附錄 A	96
附錄 B	97
附錄 C	100

圖錄

圖 1.1 研究的流程	3
圖 1.2 模擬器的架構	4
圖 1.3 六軸平台	5
圖 2.1 座標定義	11
圖 2.2 前庭系統的參考座標	12
圖 2.3 尤拉角.....	13
圖 3.1 耳的構造.....	15
圖 3.2 內耳構造.....	16
圖 3.3 橢圓囊切面.....	18
圖 3.4 半規管示意圖.....	19
圖 4.1 半規管概要圖	22
圖 4.2 cupula 位置圖.....	23
圖 4.3 cupula 與時間的關係圖.....	26
圖 4.4 意識持續時間與速度步階輸入關係圖.....	26

圖 4.5 半規管頻率響應圖.....	28
圖 4.6 半規管的潛伏時間圖.....	29
圖 4.7 macula 位置圖.....	31
圖 4.8 耳石頻率響應圖.....	32
圖 4.9 耳石的潛伏時間圖.....	33
圖 5.1 最佳化模擬器設計問題.....	37
圖 5.2 隨機訊號的產生.....	38
圖 6.1 俯仰/傾斜 通道波得圖.....	63
圖 6.2 滾轉/搖擺 通道波得圖.....	65
圖 6.3 側轉通道波得圖.....	66
圖 6.4 起伏通道波得圖.....	67
圖 6.5 沖洗濾波器方塊圖.....	68
圖 6.6 經過沖洗濾波器後的模擬器線性運動.....	68
圖 6.7 經過沖洗濾波器後的模擬器轉動運動.....	69
圖 6.8 模擬飛機的加速度.....	70
圖 6.9 模擬器的加速度.....	70

圖 6.10 模擬飛機的速度.....	71
圖 6.11 模擬器的速度.....	71
圖 6.12 模擬飛機的位移.....	72
圖 6.13 模擬器的位移.....	72
圖 6.14 模擬飛機的俯仰角變化.....	73
圖 6.15 模擬器的俯仰角變化.....	73
圖 6.16 飛行員於飛機或模擬器線性感測誤差測試流程.....	75
圖 6.17 飛行員於飛機或模擬器旋轉感測誤差測試流程.....	76
圖 6.18 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺($R_{11}=0.9$).....	77
圖 6.19 飛行員對力的感測誤差($R_{11}=0.9$).....	77
圖 6.20 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺($R_{11}=9$).....	78
圖 6.21 飛行員對力的感測誤差($R_{11}=9$).....	78
圖 6.22 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺($R_{11}=90$).....	79
圖 6.23 飛行員對力的感測誤差($R_{11}=90$).....	79
圖 6.24 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺($R_{11}=0.09$).....	80
圖 6.25 飛行員對力的感測誤差($R_{11}=0.09$).....	80

圖 6.26 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺($R_{11}=0.9$) ..	81
圖 6.27 飛行員對角速度感測誤差($R_{11}=0.9$)	81
圖 6.28 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺($R_{11}=9$) ...	82
圖 6.29 飛行員對角速度感測誤差($R_{11}=9$)	82
圖 6.30 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺($R_{11}=90$) ..	83
圖 6.31 飛行員對角速度感測誤差($R_{11}=90$)	83
圖 6.32 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺 ($R_{11}=0.09$)	84
圖 6.33 飛行員對角速度感測誤差($R_{11}=0.09$)	84

表錄

表 6.1 系統的參數.....	85
表 6.2 俯仰/傾斜 極點和零點.....	86
表 6.3 滾轉/搖擺 極點和零點.....	88
表 6.4 側轉 極點和零點.....	90
表 6.5 起伏 極點和零點	90
表 6.6 可調參數的意義	91

第一章緒論

1.1 前言

人類每天的活動包含各種複雜的方向和狀態的控制，這些動作全部依賴人對於運動的知覺，而前庭系統已被認為是主要的運動感測中心，他的感測能力大約包含了人類每天的所有運動，然而由於各種的運載工具如汽車，飛行器...等的發明，已經延伸出不同於以往的運動行為和空間，因此也對於人類感測系統有不同的刺激。

在一個人工的控制系統中所有的感測器提供輸入的資訊來做為我們的控制命令以達到我們要求的目的，我們利用迴授控制的理論方法來描述運載工具結合感測器的控制，達到控制的目的。

在飛行任務中，飛行員對指示器的視覺觀測和對飛機運動的感覺，提供飛行員可察覺的訊息使得飛行員能做出適當的反應。當飛機在飛行期間重力的變化會影響飛行員前庭系統的運動感測器進而影響到飛行員的視覺和方位的感覺甚至於對飛行器的控制。唯有透過對人體的旋轉和線性加速度感覺的分析才有可能來進一步的設計模擬器，所以我們第一步先對人體的運動感覺器官稱之為平衡器官做初步的認識與了解，此一方面國內已有醫學書籍[1][2]可供參考但卻僅限於平衡器官做個別的生理結構的介紹和其運作的方法，但在數學模式的分析上卻

付之闕如，而在國外的相關論文研究方面[3],[4]卻早在 1970 年代就有相關的研究報告關於人體平衡器官數學模式的探討，因為其為醫學相關領域故有許多艱深難懂的名詞和理論不管是對發展飛行模擬器或其他領域而言對工程師都是窒礙難行，所以本文整理出包括從平衡器官的基本介紹到其數學模式結構的建立，希望能提供後來的研究人員在相關方面發展的重要文獻，此外對於我們發展飛行模擬器將會有很大的助益。

瞭解了平衡器官的整個結構包括數學模式後，下一步將利用平衡器官數學模式結合最佳控制理論來設計模擬器的驅動程式，國外的參考文獻[5],[6]已利用最佳化的控制理論來設計模擬器的驅動程式，但國內的學者尚無相關的參考文獻，本文在理論方面將沿用既有的方法，在模擬結果方面利用 Matlab 軟體對文獻進行驗證的工作並針對其文獻缺乏之處進行補強希望能為日後國內設計模擬器如飛行模擬器或汽車模擬器甚至各種運動的模擬器提供一個簡單的且易懂的設計流程。圖 1.1 為本文的整個設計流程。

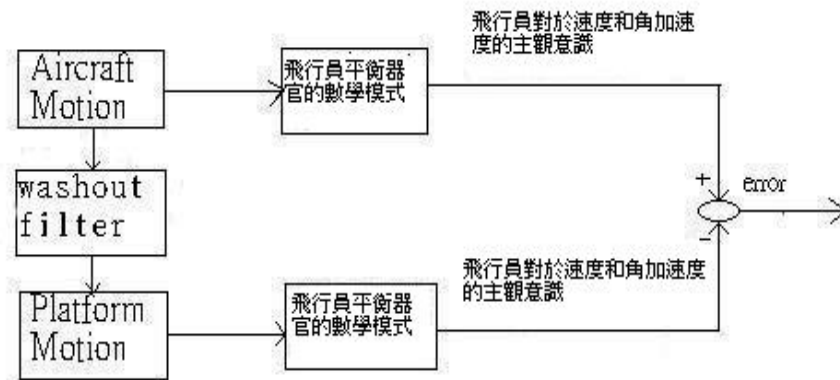


圖 1.1 研究的流程

1.2 模擬器簡介

飛行模擬器在飛機研發設計及飛行訓練上有著相當重要的地位。由於電腦計算速度的原因，目前大部分之飛行模擬器多建構於較昂貴的工作站(workstation)之上，尤以 SGI 工作站為主流，因其運算速度及圖形處理的效能非常優異，可以獲得更好的效能；但現在個人電腦(Personal Computer, PC)之發展，已逐漸將 SGI 工作站才能得到的效能運用於個人電腦之上，因此以個人電腦為平台的飛行模擬器，應是指日可待。

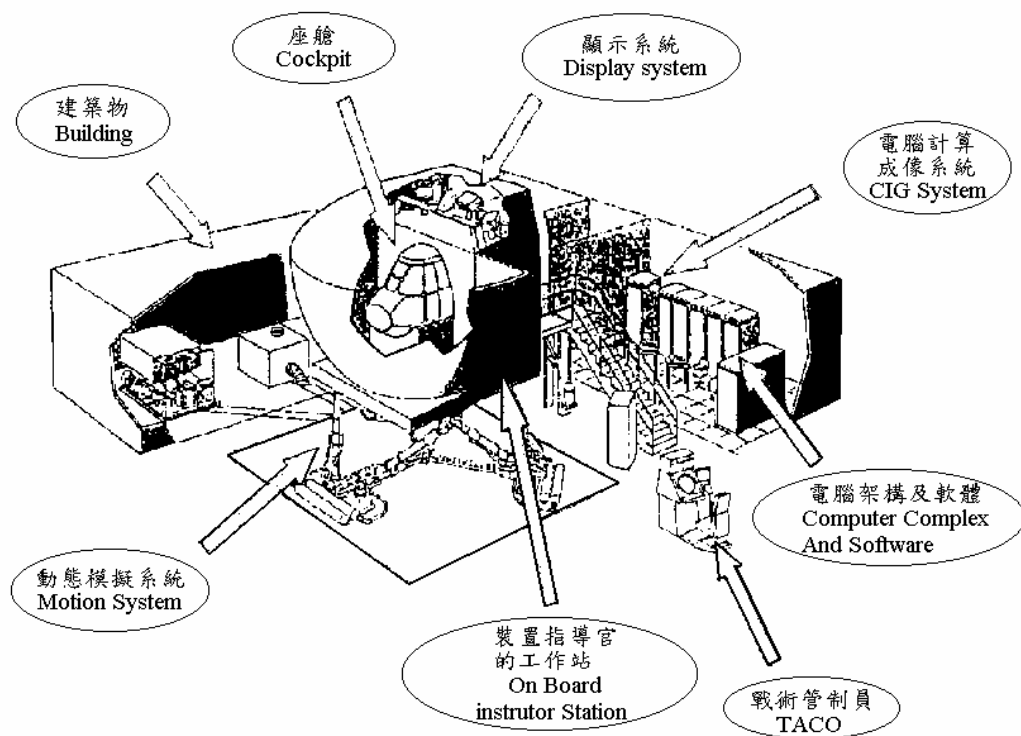


圖 1.2 模擬器架構

一般模擬器之結構如圖 1.2 所示,此一模擬器為一完整的模擬器,主要包含了駕駛員座艙、動態模擬系統、影像生成系統以及其他週邊設備。為了讓駕駛員於模擬飛行操作的過程中,能有如身歷其境的感覺,因此座艙裡所有的儀表、面板都盡可能的擬真。然而想模擬複雜的飛行過程,單是擬真座艙裡的儀表、面板是不夠的。因此許多人陸續的發展出各式各樣的動態模擬系統、影像生成系統以及作動演算法,藉由以上各系統不同特性的相互配合,以求達到欺騙飛行員的感官知覺,使其產生真的身歷其境的錯覺。

影像的生成是經由高速的電腦架構來計算飛行器當時的狀態，如當時的高度、速度、加速度、姿態、空氣動力係數以及週遭景象等，再透過成像系統顯示至螢幕上，經由逼真的影像來刺激暗示飛行員的視覺感官。

當然在模擬的訓練當中，我們需要讓飛行員能真實感受到整個運動模式，因此我們在底部有一作動系統(motion system)來真實的模擬飛行器在飛行時的一個狀態，此一作動系統主要的結構如圖 1.3，經由六根致動器來推動上平台，以達到平台作動的目的，藉由此一作動系統的運動可以讓飛行員感受到相當程度的直線和旋轉的速度與加速度。

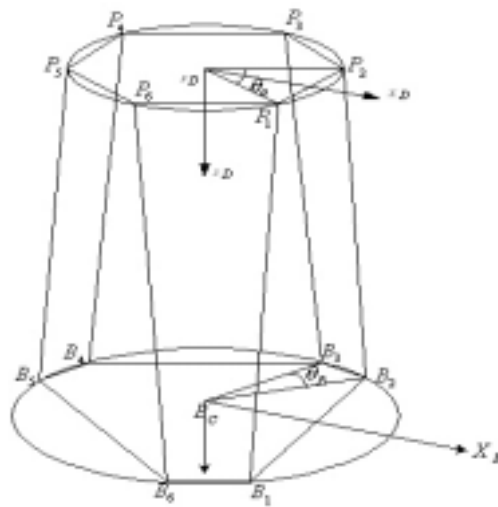


圖 1.3 六軸平台

作動系統雖然可帶給飛行員真實的運動，然而其所能

作動的範圍以及其動態性能卻是有限的，以現階段的機械機制來說尚無法做到跟真實飛機一樣的飛行動作，如 360 度甚至更高角度的大迴轉，或是持續的加速等。但是事實上，人體所能感受到的速度與加速度有一定的範圍，當速度與加速度超過某一界限值後，人體將無法正確的判別其速度與加速度持續的變化。而過濾掉人體所無法感受的速度與加速度正是作動演算法所扮演的角色。作動演算法利用沖洗濾波器，將人體所無法感受的高頻以及低頻波長設定門檻濾掉，並比較真實人體感官對於運動的感應與模擬人體感官對於運動的感應間的差異量，而以回饋補償的方式修正，使其模擬結果不失真實性。藉由作動演算法的過濾，作動系統所需的作動性能將會大量的縮減，而能以有限的作動性能來達到模擬真實飛行動作的目的。

一般人對於模擬器的印象可能大都認為是應用於飛行模擬器上而已，其實模擬器不是僅止只應用於飛行器上，像是軍事戰場，或是醫學醫療等都可藉由模擬器先行模擬一些實際上的問題，以軍事戰場而言，士兵只需透過在電腦的模擬，即可有上戰場的真實訓練，如此不僅完全不會有人員的傷亡，對於經費的節省也是有很大的助益，而且可以讓受訓人員事先知曉一些緊急狀況的處理，因此模擬器在應用上時，我們必須考慮到以下幾點：真實性、多樣性、安全性。

真實性可以說是整個模擬器中最重要的一環，一個真實性不夠的模擬器充其量只能說是一個電腦遊戲而已，而真實性包含了人類視覺上所看到的，以飛行模擬器而言，飛行員所看到的除了機艙內的儀表還有一個最重要的即是窗外的景觀；儀表上的數據是根據此飛行模擬器所代表的飛機的真實空氣動力及飛行動力特性的程式經由即時的計算在轉到一般人易懂的圖形介面上，而這即為儀表部分的顯示；而窗外景觀的設計除了一般的地形地物的設計需符合真實情況外，尚可加入人類會因過大的正 G 力或是負 G 力所引起的黑視或是紅視顯現在螢幕；結合這兩項，才可將模擬器的真實度更加的接近實際操作上的狀況；同樣的，應用於其他領域上的模擬器也是相同的，真實的表現出原來的情況，才是一個真的模擬器。

多樣性則是對於模擬器可以做不同的狀況的設定，以飛行模擬器而言，當飛行員在接受模擬訓練時，我們可以設定像是各種天氣的變化種類，機件失靈、失速等緊急狀況發生的處置等，而不是只有在一般正常操作的情況的狀況，畢竟真實飛行時事有可能碰到很多的問題。

安全性則是模擬器在執行任務時，若受訓練的人員在操作上有任何的失誤或意外發生，將不會有任何的人員或是機器設施的受到損傷。

以上三點所提彼此之間互有關連，當任何一個環節沒

有達到所需的要求，對於整個飛行模擬的訓練而言，都極可能產生一重大的疏失。

鑒於模擬器有著許多實質上的益處，許多先進的國家已經陸陸續續的開發出各式各樣的模擬器，其相關技術已近趨成熟，然而國內在這方面的成果尚且無法達到令人滿意的程度，因此本文將朝這方向進行，著重在作動系統六軸動感平台之動態規格的設計與電腦模擬上，期望能藉由對模擬器深入探討與分析，而能對模擬器有更深入的了解。

1.3 研究方法

本文包括了六個章節，除本章外：第二章將定義參考座標系以利於對問題的瞭解與分析，且包含基本的運動方程式。第三章為對平衡器官的介紹包括旋轉感測器官-半規管，和線性運動感測器官-橢圓囊的生理結構的介紹及其感測的基本原理，以建立起對人體運動感測行為的初步瞭解，並且作為後面各章節的發展的依據。第四章主要是對平衡器官的感測原理來進行數學模式的建立與分析，藉由對人體的實驗探討我們可以將人體感測系統精確的用數學來表達，也建立起了發展模擬器的基本理論根據。第五章為利用最佳控制的原理來建立起驅動平台模擬器的方法我們稱為沖洗濾波器，本章節並將利用第四章的理論結合最佳控制原理來將飛機運動經過沖洗濾波器實現於運動平台，第六章為結果與討論，第七章為結論及未來將

更進一步研究與發展的目標。

第二章 基本定義

2.1 參考座標

為了描述驅動飛行模擬器的理論及飛行運動，我們必須定義參考座標以方便我們對問題的瞭解與分析，見圖 2.1。

2.1.1 慣性座標系 (F_I)

動力學的問題討論中需要定義一個固定的參考座標系，此參考座標系我們稱為慣性座標系，此座標系的 Z -軸與重力方向相同，原點訂於地表， X 軸的方向如圖 2.1。

2.1.2 飛機體座標系 (F_B)

飛機體座標為固定於飛機上的座標系，通常以飛機的質心為原點，質心與機鼻的連線為 X 軸的方向，向前為正。 Z 軸指向飛機的下方， Y 軸則沿飛機右翼為正。

2.1.3 模擬器座艙座標系(F_D)

F_D 的原點位於模擬器上平板的形心位置，見圖 1.3。其 X 軸指向前， Z 軸指向下，且 X - Y 平面平行於駕駛員座艙的地面。

2.1.4 飛機座艙座標系(F_C)

F_C 為飛機的固定座標，原點位於相對於模擬器參考座標系 F_D 相同的座艙位置，且方向均與 F_D 相同。

2.1.5 模擬器座標系(F_S)

模擬器的參考座標系 F_S ，原點位於座艙中任何適合方便我們分析運動的點，此座標系的方向平行於參考座標系 F_D 。

2.1.6 飛機座標系(F_A)

F_A 為飛機的參考座標，原點位於相對於模擬器參考座標系 F_S 的位置， F_A 與 F_C 平行且方向與模擬器參考座標系 F_S 相同。

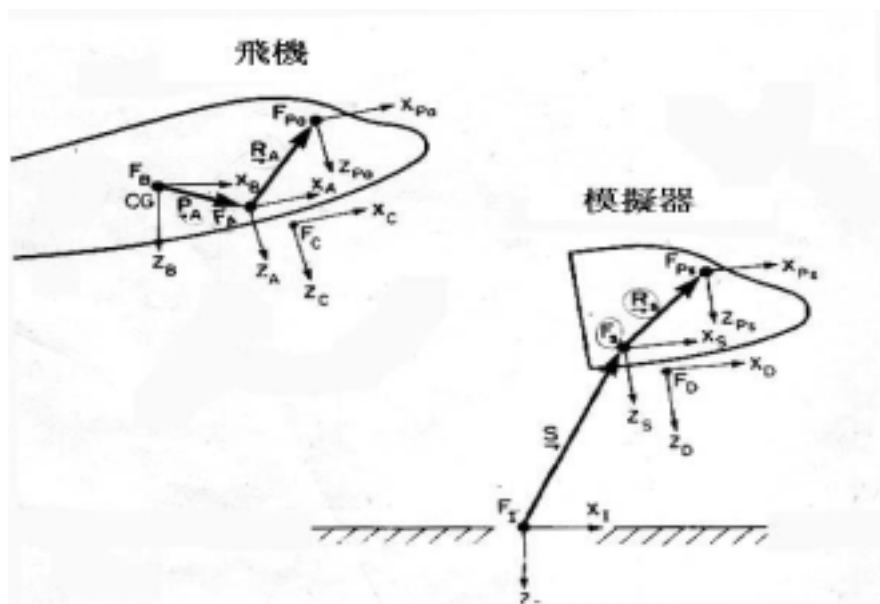


圖 2.1 座標定義[2]

2.1.9 前庭系統的參考座標系 (F_{pa} 或 F_{ps}) :

前庭系統位於頭部的我們已得知，所以我們必須定義座標軸來分析頭部相對於外界運動的反應，假設在最初頭部與外在環境沒有相對運動，我們利用兩個垂直平面，正面的平面(forntal plane)和前後方向的平面(sagittal plane) 來定義座標軸，前後方向的平面將頭部前後切割為兩個對襯部分包含前後方向的 x_h 軸和垂直方向的 z_h 軸。其 z_h 中軸為兩平面的交線且與重力的方向重合，側面的軸位於左手方向的座標系

統，如圖 2.2 所示。

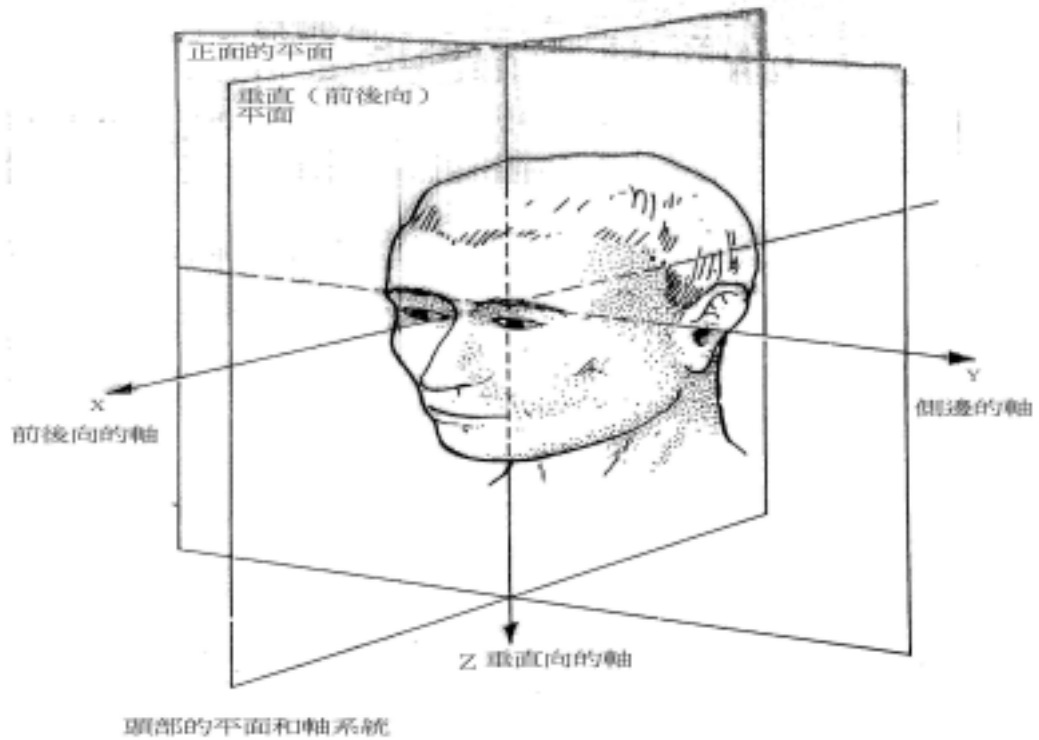


圖 2.2 前庭系統參考座標[5]

2.2 尤拉角

由一參考座標轉換至移動座標，通常藉由尤拉角(Euler angles)。尤拉角 ϕ, θ, ψ 分別代表滾轉角(roll angle)、俯仰角(pitch angle)、側轉角(yaw angle)。如圖 2.3 所示。

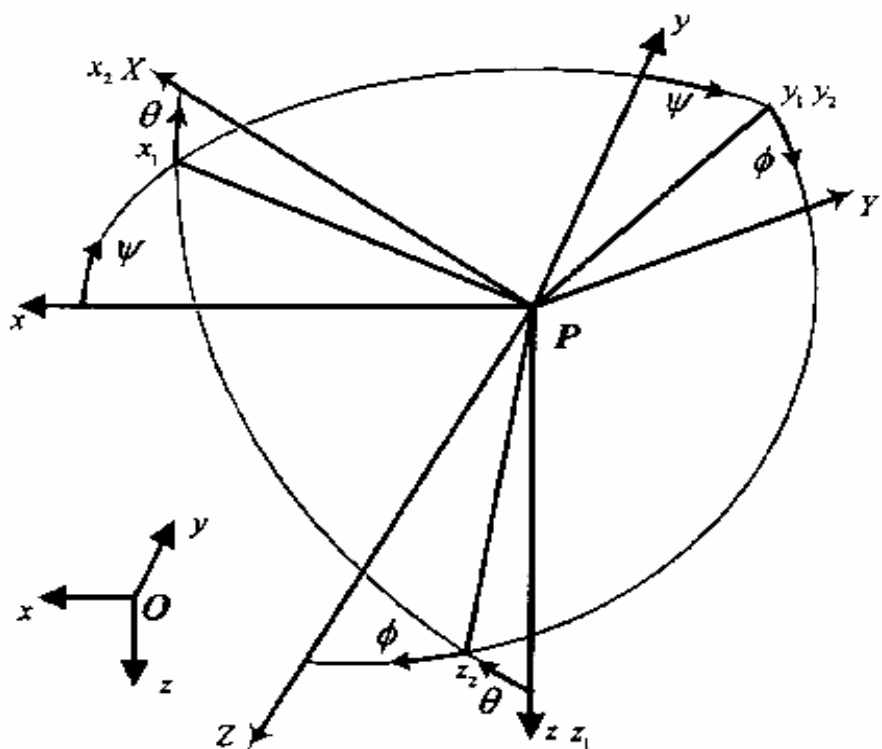


圖 2.3 尤拉角

由 xyz 座標轉換至 XYZ ，需要藉由三個尤拉角旋轉：

1. 沿著 xyz 座標之 z 軸旋轉一正側轉角 ψ 至 $x_1y_1z_1$ 。
2. 沿著 $x_1y_1z_1$ 座標之 y_1 軸旋轉一正俯仰角 θ 至 $x_2y_2z_2$ 。
3. 沿著 $x_2y_2z_2$ 座標之 x_2 軸旋轉一正俯仰角 ϕ 至 XYZ 座標。

為避免座標轉換之後的結果非唯一解，因此限制尤拉角的範圍為：

$$-\pi \leq \psi \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq \phi \leq \pi$$

2.3 座標轉換

我們定義兩個參考座標系 F_I 與 F_B 之間的轉換為：

$$V_B = L_{BI} V_I \quad (2-1)$$

$$V_I = L_{IB} V_B \quad (2-2)$$

$$L_{IB} = L_{BI}^{-1} = L_{BI}^T \quad (2-3)$$

其中 V 為任一表現在此兩個參考座標系的向量。

$$L_{IB} = \begin{pmatrix} \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \theta \cos \psi \\ \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \\ \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

L_{IB} 為旋轉矩陣。

兩個參考座標系 F_I 與 F_B 之間的角速度的轉換為：

$$\dot{\beta} = T_B \omega_B \quad (2-5)$$

ω_B 為在座標系 F_B 的角速度。

其中

$$T_B = \begin{pmatrix} \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta & 0 \\ \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta & 1 \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

或

$$\omega_B = R_B \dot{\beta} \quad (2-7)$$

$$R_B = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \theta & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi \cos \theta & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta & 1 \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

分之二體積都被平衡器官佔滿了。平衡器官分為兩個部分：頂端部分具有球狀囊(sacculus)和橢圓囊(utricleus), 另一部分則由3個具薄膜的半規管(semicircular canal)所形成。所有的平衡器官內都充滿了內淋巴液，而且與耳蝸管已極細的連和管(reunient duct)相通。在管狀系統外壁與周圍骨組織之間的空間裡，具有外淋巴。圖 3.2 為內耳構造。

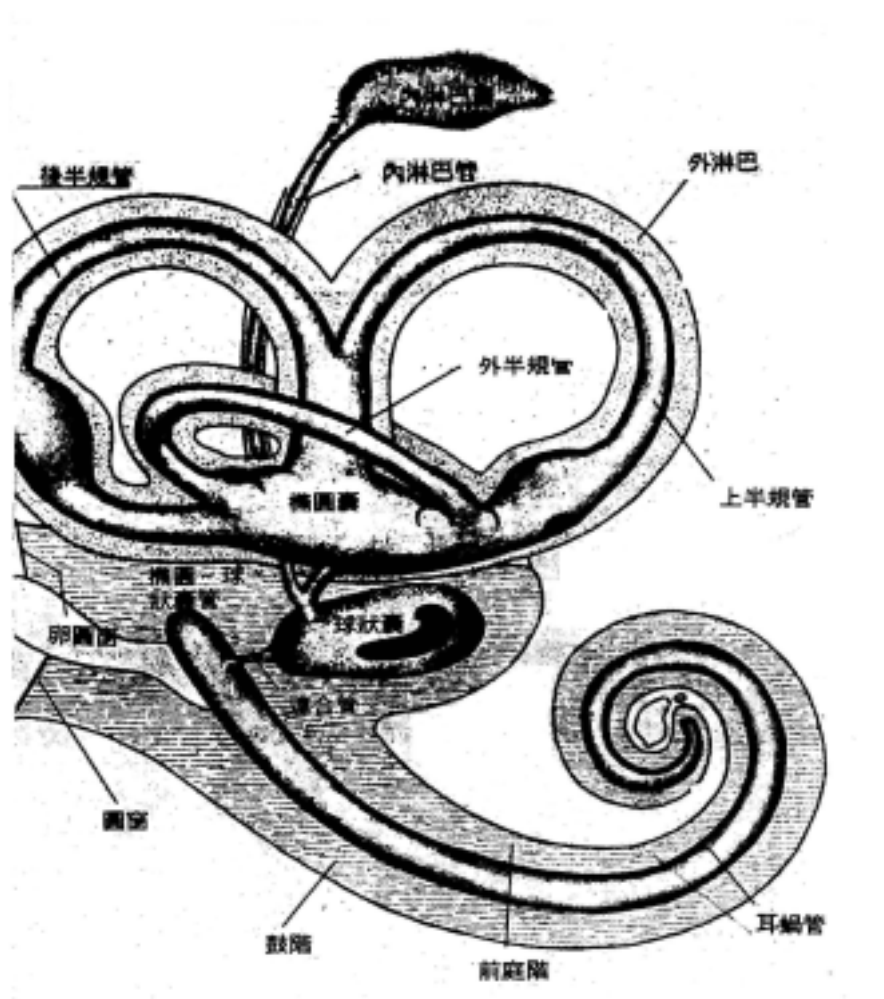


圖 3.2 內耳構造[3]

3.3 橢圓囊生理結構

平衡器官有一部份是由橢圓囊如圖 3.3 為橢圓囊切面和球狀囊所組成，兩者都含有內淋巴液，而且半徑均約數公釐。兩者之間有一個橢圓—球狀囊管(utrículosaccular canal)相連。球狀囊與橢圓囊內壁有一群感覺細胞，上面的纖毛都浸在一團黏液中：黏液中含有大量的碳酸鈣結晶，這些結晶構成耳石(otolith)。當耳石的密度高於浸泡它的內淋巴液時，耳石會對下層的纖毛細胞產生壓力。當頭部換了個位置，對受壓的纖毛細胞而言，耳石便易了位，因此纖毛會產生彎曲的現象。這個彎曲現象產生一股刺激的電流，傳達到大腦的平衡中樞。球狀囊不能發揮記錄的功能，人體的橢圓囊即可單獨勝任這份工作。另外觀察頭部位置，可以發現球狀囊及橢圓囊也會記錄頭部和身體移位速度的變化。耳石幾乎可以任意滾動，其密度比周圍的液體要高，因此再加速或減速的時候，他們和身體其他部分速度不一，而且會在纖毛上增壓。刺激電流就是這樣產生的。

當變速結束時（指身體呈休息狀態或減速不變時），耳石又恢復原位，不在刺激纖毛細胞，也不再傳送信號給腦部。由此我們得到一個結論，當身體不動或速度不變，球狀囊及橢圓囊不能將受壓顯示出來。人類只好靠眼睛和皮膚神經系統來感覺。

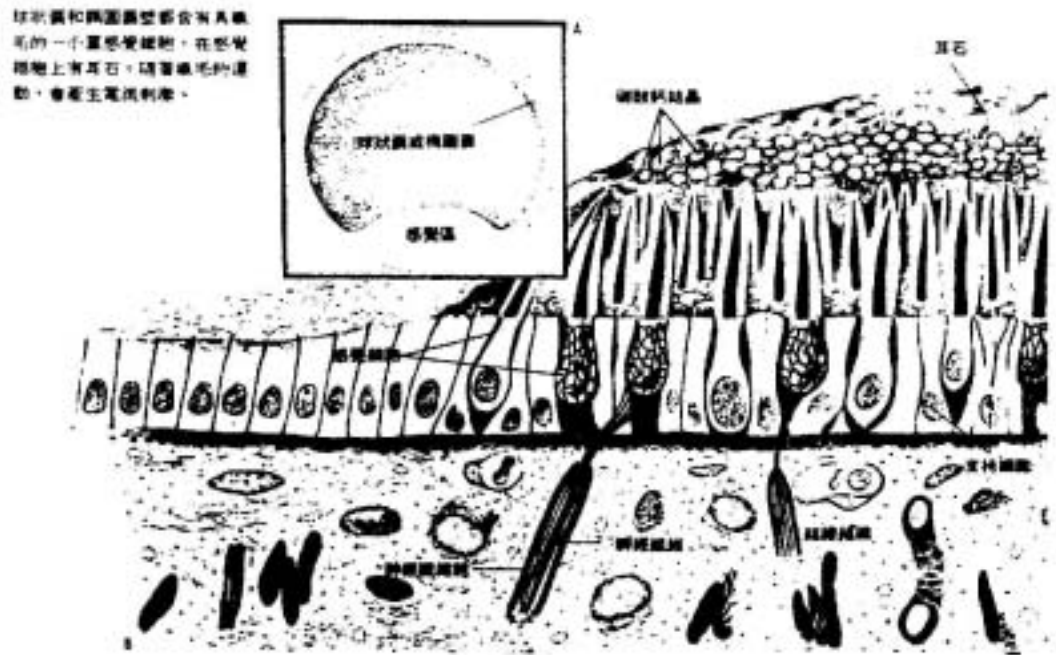


圖 3.3 橢圓囊切面[3]

3.4 半規管的生理結構

另一個部分平衡器官是由 3 個半規管如圖 3.4 為半規管示意圖所組成的：上半規管、後半規管和外半規管：互成直角相交。他們都在橢圓囊中開口，但其中上半規管和後半規管開口處相同。當頭部呈 30 度角前傾時，外半規管與地面平行與其他兩個半規管則與地面垂直。

每個半規管頂端都有突起，叫做壺腹(ampulla)。在壺腹內壁中，有一組織皺摺，稱為壺腹脊(ampullary crest)。壺腹脊頂端有感覺細胞，上面還帶有細長的纖毛：纖毛上沾著一小團延伸到壺腹壁對面的膠狀物質，這團膠狀物質叫耳蝸頂(cupola of cochlea)，幾乎完全阻塞了半規管，當頭部移動位置呈慣性運

作時，半規管內的淋巴液也會跟著移動：但由於慣性作用，內淋巴要填滿半規管，約需花 1 秒鐘的時間（這與頭部旋轉的速度有關）才會跟著轉動。換句話說，由於內淋巴液填充關係，半規管有一秒鐘的時間無法與頭部運動配合。當液體對耳蝸頂的一方產生壓力，壺腹脊被推向另一方而彎曲，因而感覺細胞的纖毛也會彎曲，他們將壺腹的移動記錄下來，並傳達訊號到腦部的平衡中樞。



圖 3.4 半規管示意圖[3]

如果頭部繼續旋轉，內淋巴液也繼續流動，而頭部旋轉訊息就不斷傳到大腦的平衡中樞。當這旋轉運動一停止，內淋巴還會繼續流動一段時間，然而內淋巴流經的半規管已經不動，耳蝸頂仍被推彎曲，等過了幾秒鐘，內淋巴停止流動，耳蝸頂才能恢復原狀。

半規管只記下頭部旋轉速度的變化，但不會記錄頭部的位置。尤其當激烈運動時（如賽跑），當一個人沿著直線奔跑，突然改變方向，應立即矯正身體的位置，以免發生不平衡的現象。記錄頭部位置的橢圓囊，只有在不平衡狀況發生後才能察覺出來：但半規管在方向剛開始改變時便立刻行動，告知不平衡的狀態，因此腦部會受到刺激，可立即採取因應措施。

第四章 平衡器官的數學模式

4.1 半規管數學模式[3][4]

半規管(semicircular canals)是人體平衡器官-前庭系統 (vestibular system)中的旋轉感測器,當我們人在模擬或實際做旋轉運動的同時,旋轉感測系統測得旋轉運動配合中央神經系統來對人體做一 狀態的反射控制且開始補償(compensatory)眼睛的運動以保持身體對外界的平衡。

人體可以從半規管來獲得各種旋轉狀態的資訊,這些內部的資訊可以藉由不斷的實驗和驗證來建立起其數學模式和動態特性,我們並結合控制理論來做各種不同模擬器的模擬。

4.1.1 輸入向量(input vector)和靈敏軸(sensitive axis):

頭部的旋轉運動已經被證實和半規管的模擬運動有關,但從實驗和觀察得知當我們以一定的角速度旋轉一段時間後半規管會中止活動,也就是說半規管對於角加速度比較靈敏,因為在我們每個耳朵中都包含了三個半規管,所以輸入的角加速度是以三個互相垂直的向量經半規管的感測最後將三個向量的總和送入中央的神經系統。

4.1.2 半規管實際的數學模式:

在許多的研究報告中已經證明半規管為人體主要的旋轉平衡器官,這個平衡系統可以被視為一個角速度的感測器並可以一個過阻尼(overdamped)的扭轉擺錘 (torsional pendulum) 的

系統來模擬此系統,圖 4.1 為半規管的概要圖,其微分方程式為:

$$I\ddot{\Theta} + B\dot{\Theta} + K\Theta = I\alpha \quad (4-1)$$

其中

I = 內淋巴液的慣量

B = 黏滯阻泥力矩, 內淋巴液相對於頭骨的單位角速度
(rad/sec)

K = stiffness, cupula 位置見圖(4.2)每單位角偏離量的力矩.

Θ = cupula 相對於頭骨的角偏離量(rad).

$\dot{\Theta}$ = cupula 相對於頭骨的角加速度(rad/sec).

$\ddot{\Theta}$ = cupula 相對於頭骨的角加速度(rad/sec²).

α = 輸入角加速度沿著半規管的靈敏軸(rad/sec²).

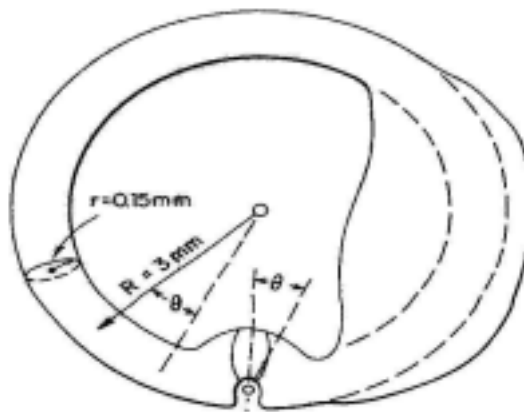


圖 4.1 半規管概要圖[3]

(4-1)方程式為 cupula 的時間響應,反應的主要參數 B/K 和 I/B

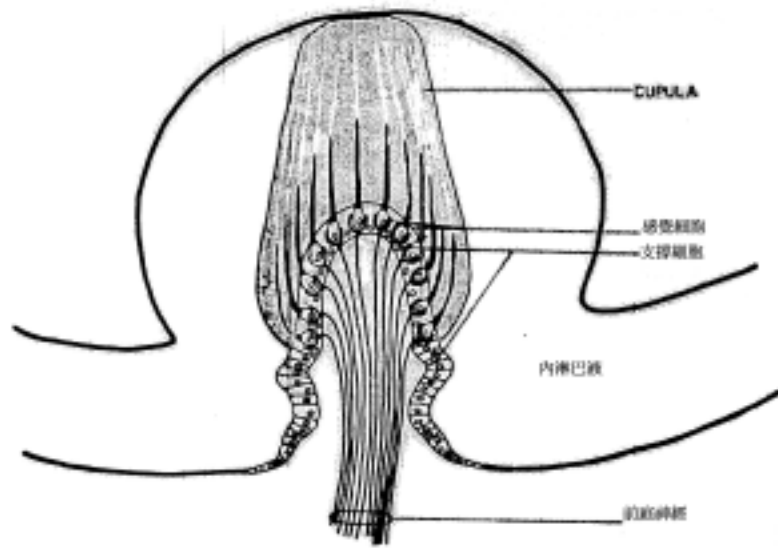


圖 4.2 cupula 位置圖[4]

4.1.3 對垂直軸 (z_h) 旋轉：

在沒有任何相對運動下參考座標(X_e, Y_e, Z_e)和頭部座標(X_h, Y_h, Z_h)為重合情形，如假設頭部做相對於固定參考座標(earth-fixed)的旋轉運動，此時來模擬半規管對(z_h)座標的角加速度反應。

半規管的特徵方程式有兩個根(ω_1, ω_2)如下式：

$$\omega_1 \text{ and } \omega_2 = \frac{\frac{B}{I} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{I}\right)^2 - 4\frac{K}{I}}}{2} \quad (4-2)$$

因為黏滯力矩相對於彈性力矩非常的大，所以我們假設 $\frac{K}{B} \ll \frac{B}{I}$

結果 ω_1, ω_2 可簡化為下列式子：

$$\omega_1 \cong \frac{K}{B}$$

$$\omega_2 \cong \frac{B}{I}$$

將半規管的微分方程式取其 Laplace Transform 可得下列的轉移函數：

$$\begin{aligned} \frac{\Theta(s)}{\alpha_{y_h}(s)} &= \frac{1}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \\ &= \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)} \end{aligned} \quad (4-3)$$

其中 T_1, T_2 為時間常數。

由上面的轉移函數我們可以得到其對一速度的步階輸入(a velocity step input, γ)之解為：

$$\Theta(t) = \gamma \frac{I}{B} \left(e^{-\frac{K}{B}t} - e^{-\frac{B}{I}t} \right) \quad (4-4)$$

4.1.4 時間常數 B/K 的決定

此實驗的方法由 Van Egmond 所提出用來決定時間常數 B/K 和，主要內容如下：將一受測者置於一旋轉的椅子用來測試水平方向半規管的特性，首先將受測者的頭部向前傾斜 30 度使得半規管所在的平面與椅子的旋轉軸互相垂直，然後給定一角加速度旋轉直到達到我們要求的角速度，然後突然停止加速 1 到 3 秒，此時受測者會感受到相反於椅子旋轉方向的角加速

度，這個感覺持續的時間取決於速度的改變，在椅子停止旋轉後，cupula 的偏離量根據上式的方程式。下圖說明 cupula 偏離量的自然對數對於速度改變的步階反應時間，其暫態反應中的 $e^{-Bt/I}$ 項會快速衰減所以我們將這遺像忽略不計所以我們可寫為：

$$\Theta(t) = \gamma \frac{I}{B} e^{-\frac{K}{B}t} \quad (4-5)$$

或

$$\ln \theta = \ln \frac{\gamma I}{B} - \frac{Kt}{B} \quad (4-6)$$

因為下圖的縱軸為 $\ln \theta$ ，根據實驗可繪得圖 4.3 此 B/K 值為圖上衰減曲線的斜率。此時受測者對角速度的意識會隨著 cupula 相對於原中立位置偏離量的減少而衰減，然而當 cupula 的偏離量減少到某一個值時，我們稱為門限的偏離量(the threshold deflection, θ_{\min})，此時旋轉的意識便會中止，此時 θ_{\min} 所對應的時間為 t_u 所以得到

$$t_u = \frac{B}{K} \log \left(\frac{I}{B} \frac{\gamma}{\Theta_{\min}} \right) \quad (4-7)$$

或

$$t_u = \frac{B}{K} \log \frac{I}{B\Theta_{\min}} + \frac{B}{K} \log \gamma \quad (4-8)$$

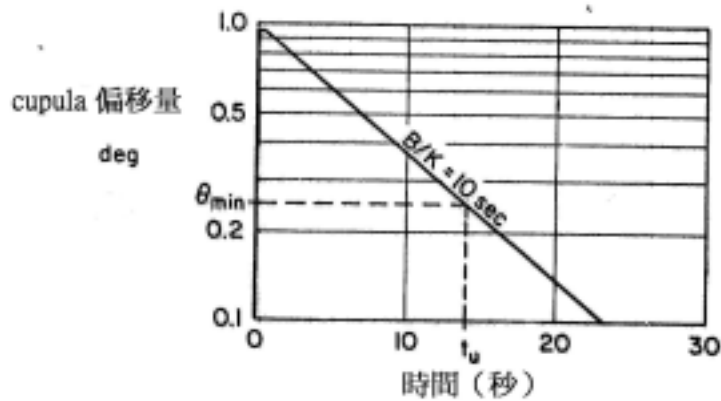


圖 4.3 cupula 與時間的關係圖[4]

由上式我們可以得知圖 4.3 中的曲線應為直線且斜率為 B/K ，這些資料是從正常的受測者所獲得的資料，我們從其他受測者所獲得的資料應該非常的相似。

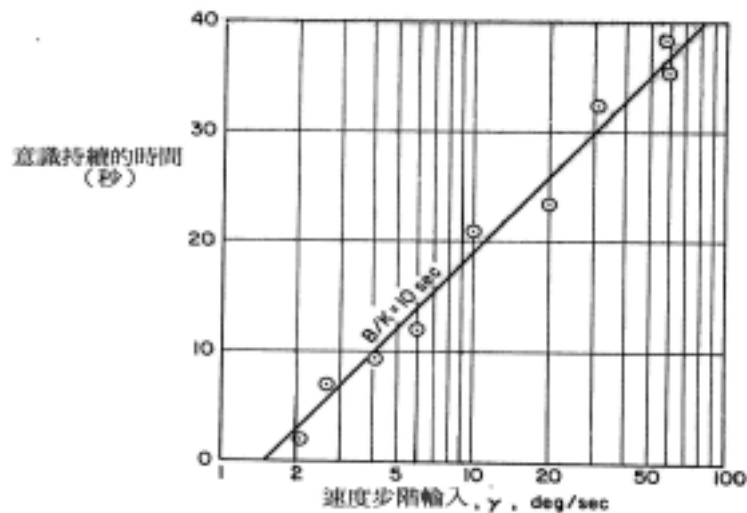


圖 4.4 意識持續時間與速度步階輸入關係圖[4]

時間常數 I/B 的決定

轉矩搖擺(torsion swing) 被利用來決定時間常數 I/B ，將測試者置於一轉矩搖擺產生相對於受測者垂直方向的諧和震動

(harmonic oscillation) , 對於受測者會產生一主觀的諧和運動。

一個特殊輸出/輸入的關係存在於 cupula/內淋巴液系統的自然無阻尼頻率, 所以 cupula/內淋巴液系統的自然無阻尼頻率為 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I}} = \sqrt{\frac{K}{B} \cdot \frac{B}{I}} = \sqrt{\frac{1}{T_1} \cdot \frac{1}{T_2}} \quad (4-9)$$

經由實驗得知共震頻率為 :

$$\omega_0 = 1.0 \text{ rad/sec} \quad (4-10)$$

又我們已知 $K/B=10$ 和(4-10)式代入(4-9) ,

$$\frac{I}{B} = \frac{1}{\omega_0} \frac{K}{B} = 0.1 \text{ sec} \quad (4-11)$$

我們將所得到的時間常數(T_1 和 T_2)代入原來的轉移函數可以得到 :

$$\frac{\Theta(S)}{\alpha_{Z_h}(s)} = \frac{1}{10S + 1} \frac{1}{0.1S + 1} \quad (4-12)$$

利用圖 4.4 的資料來修正(4-12)式, 可改寫為 :

$$\frac{\text{Subject angular velocity}(S)}{\alpha_{Z_h}} = \frac{10}{10S + 1} \frac{1}{0.1S + 1} \quad (4-13)$$

圖 4.5 為其頻率響應:

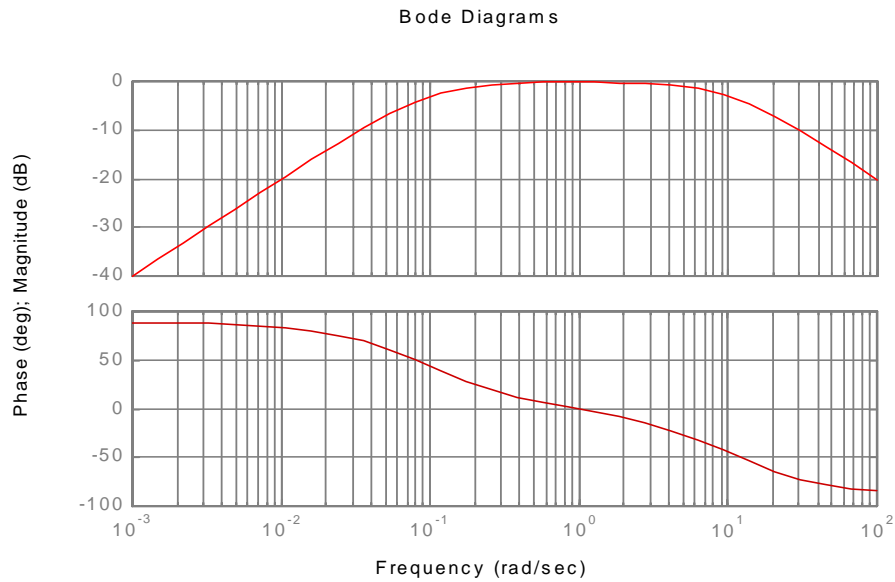


圖 4.5 半規管的頻率響應圖

由圖 4.5 我們可以得知半規管在 0.2 rad/s 到 10 rad/s 為一個良好的旋轉感測器。

門限值(threshold value)

人體平衡器官對於轉動或線性運動所能感受的最小值我們稱為門限值，我們輸入一個加速度的步階響應可得：

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \alpha_Z + \frac{\alpha_Z}{10 - 0.1} (0.1e^{-10t} - 10e^{-0.1t}) \\ &\approx \alpha_Z (1 - e^{-0.1t})\end{aligned}\quad (4-14)$$

潛伏時間(Latency Time)

門限值相對於cupula時其偏移量為最小值，所以從input輸入開始到主觀意識產生的時間稱為潛伏時間。我們以一固定角加速度值對受測者實驗且記錄其潛在時間，圖4.6為角加速度與潛在時間的圖。

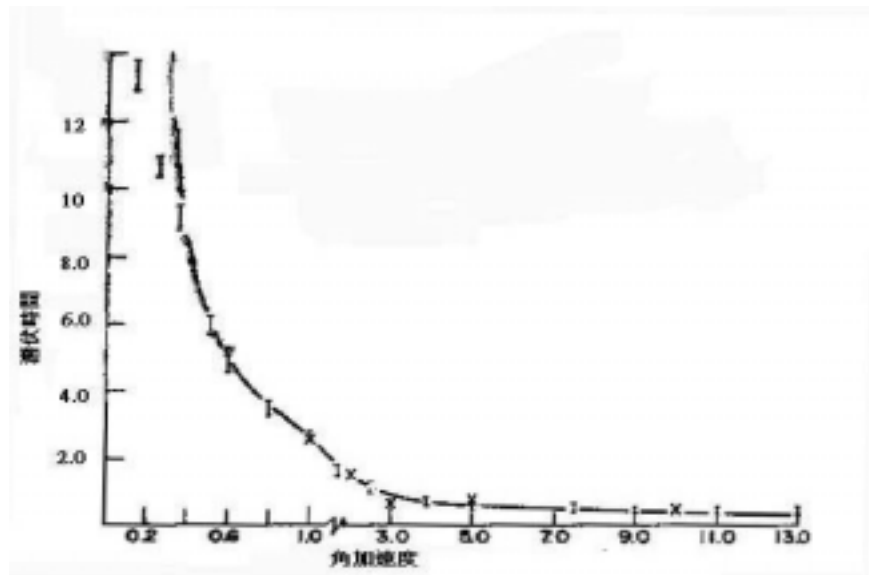


圖4.6半規管的潛伏時間圖[4]

由圖4.6可以得知當輸入角加速度值低於約 0.36 deg/s^2 時潛在時間趨近於無窮大，也就是說門限值約為 0.36 deg/s^2 。

4.2 耳石的數學模式

在前文內耳的介紹中我們知道橢圓囊(utricle)為主要的線性加速的感測受器。我們對橢圓囊的模擬我們可以得知各種的感覺和反射包括：

- (1) 運動的主觀感覺或是相對於重力方向主觀感覺的改變。
- (2) 調整位置和正確的身體反射。
- (3) 補償眼睛的運動以維持適當的平衡。

從解剖學來看橢圓囊的結構包括兩個主要的部分，一個是可移動的部份稱為耳石(otolith)，和一固定不動的支撐結構稱為(macula)其位置見圖 4.7，其中 macula 包含了許多的感測細胞，

耳石相對於 macula 的運動會在 macula 所在的平面上刺激感測細胞且加速度在 macula 所在平面上的分量會使耳石產生偏斜而構成對橢圓囊的有效刺激。

因為 macula 有輕微的彎曲所以 macula 所在的平面的說法並不完全正確，因此這裡所說‘macula 的平面’主要是水平面被提高 26 到 30 度的平面。

4.2.1 橢圓囊的感測特性

在過去對於橢圓囊的有效刺激有很多的爭議，其中主要有兩大理論，一方認為耳石作用於 macula 的力主要是正向的壓力所以對於橢圓囊的反應會隨著頭部傾斜角度的 \cos 值而變化，另一個理論認為耳石作用於 macula 的力主要是剪力(shear force)，橢圓囊的反應會隨著頭部傾斜角度的 \sin 值而變化，然而在後來的研究證明耳石作用於 macula 的力主要是剪力 (shear force) 方向。已經有足夠的實驗證明下列的陳述：

- (1) 橢圓囊對具體的力量為一個多重方向的(multi-directional)的感測器。
- (2) 加速度在 macula 平面的分量在耳石與 macula 之間產生一剪力(shearing force)構成橢圓囊的有效刺激。

這些的陳述指出輸入變數的感覺是以向量的形式存在的，包括力量的方向和力量的強度都能透過橢圓囊來感測。

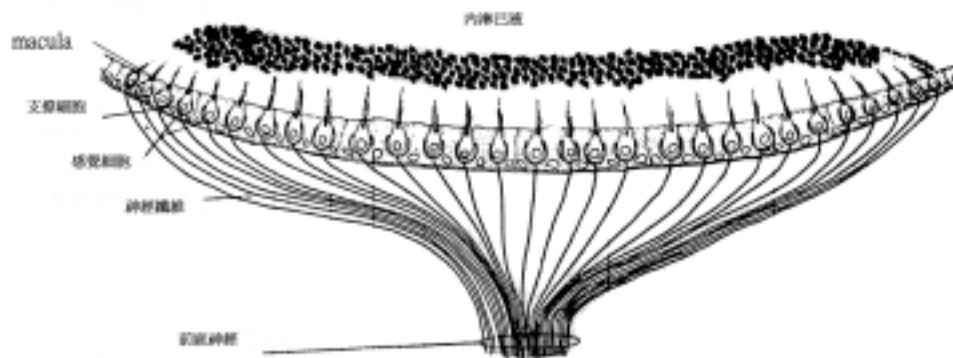


圖 4.7 macula 位置圖[6]

4.2.2 橢圓囊的動態特性

受測者被置於一線性的運動模擬器上且以平行於運動方向的前後軸向運動，模擬器以一單一頻率的 sine 函數前後沿著軌道運動，最後紀錄模擬器的位置以及受測者的反應，可得到下列二階極小相位系統的轉移函數：

$$\frac{\text{subjective perception of velocity}}{a_{x_e}} = \frac{K}{(s + 0.1)(s + 1.5)} \quad (4-15)$$

其中

a_{x_e} = 沿著平行於地球固定座標 x_e 的線性加速度

上述轉移函數適用於輸入方向為前後軸向(sagittal axis)運動。

輸入速度沿著 x_e 對主觀意識的耳石頻率響應如圖 4.8：

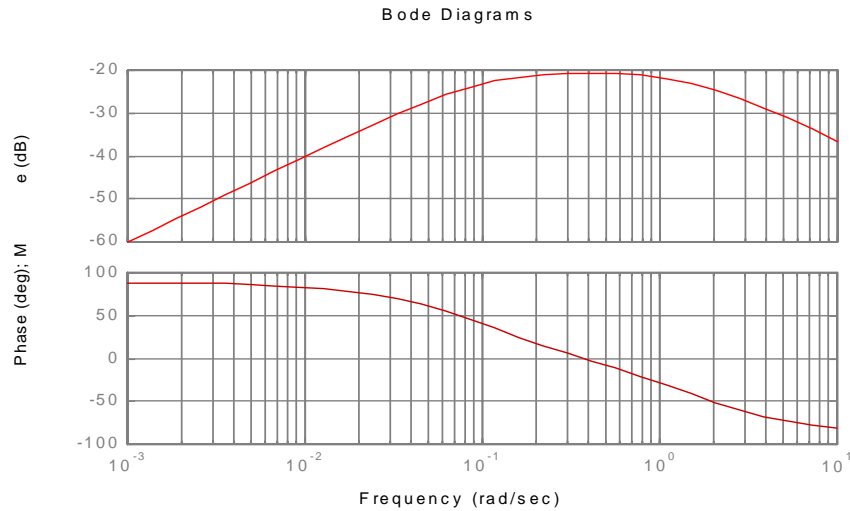


圖 4.8 耳石頻率響應圖

由波得途中我們可以得知人體對線性加速度的最佳感測範圍為 0.2rad/s 到 2rad/s。

4.2.3 潛伏時間(Latency Time)

門限值相對於 cupul 時其偏移量為最小值，所以從 input 輸入開始到主觀意識產生的時間稱為潛伏時間：

輸入一步階加速度其響應為

$$\text{subjective perception of velocity} = \frac{ak}{0.15} \left(1 + 0.07e^{-1.5\tau} - 1.07e^{-0.1\tau} \right) \quad (4-16)$$

假設主觀意識相對於耳石的位移為 d ，則耳石在門限值的的最小位移為 d_{\min}

可表示為下式：

$$d_{\min} = aK_d \left(1 + 0.07e^{-1.5\tau} - 1.07e^{-0.1\tau} \right) \quad (4-17)$$

其中

τ = 潛在時間

$$K_d = \text{常數}$$

上式第一項的指數函數相對於第二項指數函數在 1 秒內衰減，故可省略為下式：

$$d_{\min} = aK_d(1 - 1.07e^{-0.1\tau}) \quad \tau \geq 1 \text{ sec} \quad (4-18)$$

或

$$\tau = 10 \ln \frac{1.07a}{a - \frac{d_{\min}}{K_d}} \quad \tau \geq 1 \text{ sec} \quad (4-19)$$

根據公式 4-19 我們可從實驗的過程中每輸入一步階加速度記錄其延遲時間。可以得到圖 4.9。

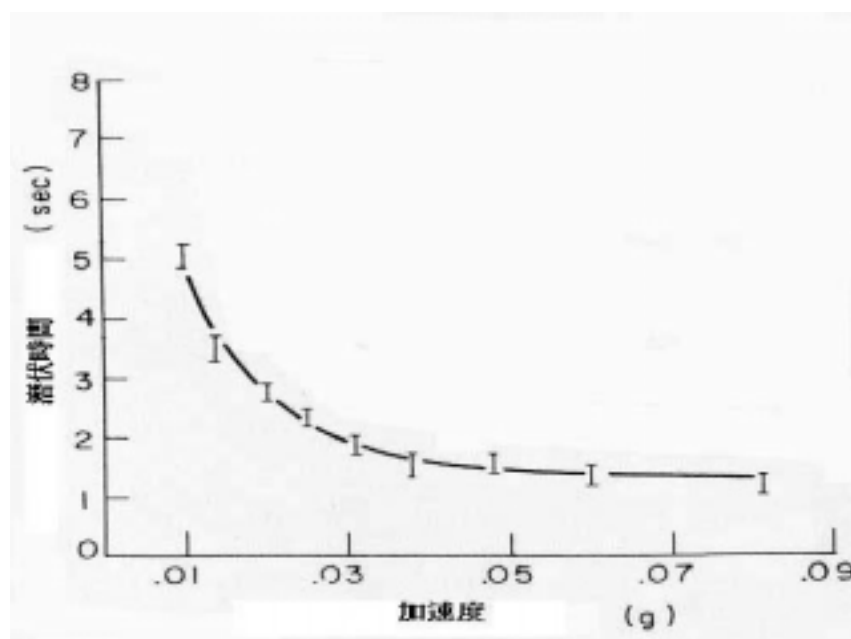


圖 4.9 耳石的潛伏時間圖[3]

從潛伏時間的圖加速度值低於約0.01g時人類潛伏時間趨近於無窮大也就是說無法感受得到加速度的值低於0.01g。

第五章 利用最佳化控制理論來設計沖洗濾波器

5.1 簡介

飛機的六自由度飛行運動由於無法完全實現於有限的運動平台之上，為了使在平台上飛行員感受到的運動能達到與在實際飛行上感覺到的運動相同，並且不超出運動平台的工作範圍，所以我們必須設計一濾波器我們稱為沖洗濾波器是為避免某些運動訊號進入平台以致於超過了平台的行程極限。

目前最主要的設計方法包括：

(1)傳統的沖洗濾波器(classical washout filter)

傳統的沖洗濾波器運算理論中，利用固定係數的高波濾通器(fixed coefficient high-pass filter) 以避免低頻率的線性加速度訊號進入運動平台，主要的原因是這些低頻的訊號會導致模擬器運動超過它所能實際運動的範圍限制。

持續慣性加速度對於飛行員感測系統的刺激為長時間的力與方向的改變，但是由於運動平台的運動限制，所以無法達到此一模擬的狀況。然而藉由傾斜模擬器的座艙，可以達到持續慣性加速度的模擬。如座艙傾斜的調整(tilt-coordination)的使用能夠產生模擬器低頻率的俯仰角和滾轉角的角度以反應出低頻率飛機縱向(longitudinal)和側向(lateral)的力。使得飛行員的前庭系統能感受一個力與飛行員於真實飛機上所感受的相同。

假設座艙傾斜調整的過程要成功的模擬持續慣性加速度，

所以角加速度的運動必須低於模擬器中飛行員的旋轉運動的門限值，使得飛行員無法察覺模擬器旋轉角度的變化，一般來說其旋轉速度參考值約為 $3 \text{ deg/s} = 0.104 \text{ rad/s}$ 。

最後必須將飛機運動的模式與模擬器的運動的模式，利用人體的前庭系統來印證飛機運動經過沖洗濾波器的過程是否能達到我們的需求。

(2)適應沖洗濾波器(Coordinated adaptive washout filter)

適應沖洗濾波器的方法主要基於調整旋轉和線性加速運動來獲得準確的縱向力和側向力。

主要的特性就是利用非線性的濾波器(nonlinear filter)，包括適應控制器(coordinated adaptive filter)和數位控制器(digital controller)來提供拘束運動平台的作動暗示。

包括一階的數位控制器提供俯仰的沖洗，二階的數位控制器起伏方向作動暗示(motion cue)。

適應控制的特性就是不斷的再校正濾波器中的係數以反應出運動模擬器的目前狀態，當系統越逼近運動平台的運動限制時，系統的增益值就會自行改變，已確保系統的穩定。

(3) 最佳沖洗濾波器(optimal washout filter)

最佳沖洗濾波器問題結構見圖 (5.1),若我們給定一個動態系統 S^a 稱為實際的系統，而另一個系統 S^s 稱為相對於實際系統

的模擬系統，再著我們給定一個能夠驅動 s^a 的已知輸入訊號。我們所面對的問題就是要找一個適當的限制(constrain)來限制驅動 s^a 的輸入訊號，希望能夠產生一輸入訊號來驅動模擬器系統 s^s 並且使得此兩種系統的輸出信號的差異能盡可能的達到最小。

系統的動態方程式需線性化,且輸入信號被模擬為一個隨機的訊號(random process with rational power spectral density) , 根據上面的假設我們可以得到一個模擬器的運動產生器(motion generator)的最佳化結構我們稱為最佳沖洗濾波器。

本章針對最佳沖洗濾波器來討論，主要利用參考文獻[5] , [6] 的理論來模擬出我們需要的最佳化沖洗濾波器。

我們假設輸入 u^a , 模擬器的輸入 u^s 。令誤差 e 定義為 $e = y^s - y^a$ 。所以我們可以得到一個最佳模擬器設計的問題，也就是我們需要找一個因果的映射(causal mapping) W 從 u^a 映射到 u^s 且使得誤差值 e 能夠達到最小。即下列的關係式：

$$u^s(t) = W \cdot u^a(t) \quad (5-1)$$

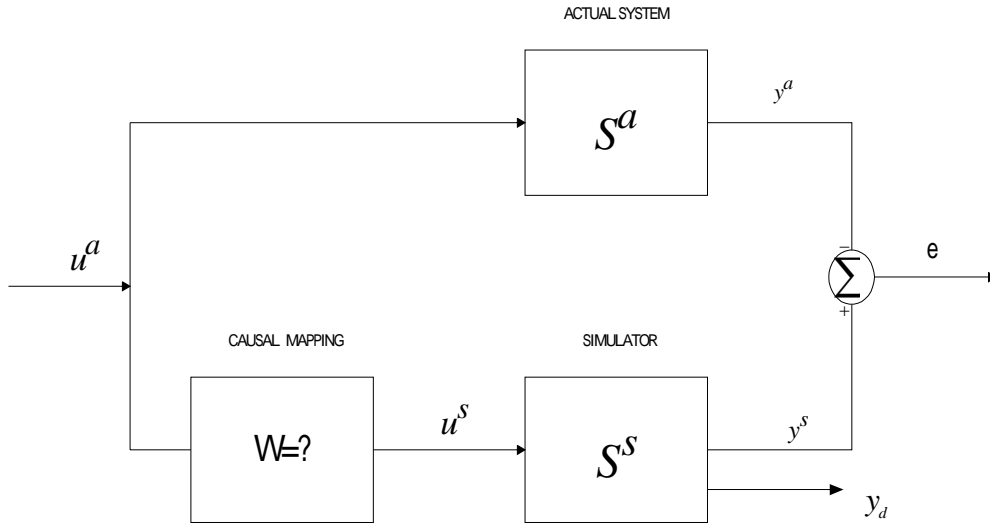


圖 5.1：最佳化模擬器設計問題[5]

5.2 最佳控制問題的描述

最佳控制的問題是以動態拘束(dynamic constrain)為條件來選擇 u^s 來使得代價函數(cost function)最小以達到最佳化的目的，方程式(5-2)為最佳化問題的代價函數，定義為.

$$J = E \left\{ e^T Q e + \rho \left[u^{s^T} R u^s + y_d^{s^T} R_d y_d^s \right] \right\} \quad (5-2)$$

其中

$$e = y^s - y^a$$

$$Q \geq 0, R_d \geq 0, R > 0 \quad (5-3)$$

其中 Q ， R_d 和 R 為對稱矩陣， y_s^s 為模擬器另外增加的輸出訊號如圖 5.1 所示， ρ 為一個正純量。在代價函數右邊的第一項其目的在強迫控制器創造出模擬器和飛行運動時相同的運動感覺，其餘的項為限制模擬器的運動行。

5.2.1 系統的動態限制

為應用最佳化控制,因此假設系統 S^a, S^s 表示成線性微分方程式的形式為：

$$\dot{X} = A_a X^a + B_a u^a \quad (5-3)$$

$$Y^a = C_a X^a + D_a u^a \quad (5-4)$$

$$\dot{X} = A_s X^s + B_s u^s \quad (5-5)$$

$$Y^s = C_s X^s + D_s u^s \quad (5-6)$$

此外我們假設 u^a 為一個隨機的訊號可以靠著透過一個線性系統 N , 見圖(5-2)來過濾全頻雜訊(white noise)來得到此一隨機的訊號, 可以表示為：

$$X^n = A_n X^n + B_n n \quad (5-7)$$

$$u^a = c_n X^n \quad (5-8)$$

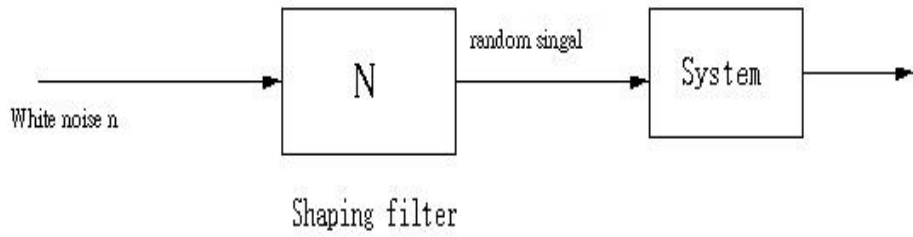


圖 5.2 隨機訊號的產生[7]

其中 A_n, B_n, C_n 為雜訊濾波器 N 的參數且假設 C_n 為單位矩陣 I , X^n 為濾波器的狀態, n 為全頻雜訊。

5.2.2 整合系統的動態限制

將系統的限制(5-3)到(5-8)式結合成下列式子：

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}u^s + \bar{H}n \quad (5-9)$$

$$Y = \bar{C}X + \bar{D}u^s \quad (5-10)$$

$$X^T = \begin{bmatrix} X^{a^T} & X^{s^T} & X^{n^T} \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

$$Y^T = \begin{bmatrix} e^T & y_d^{s^T} \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

其中：

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_a & 0 & 0 \\ 0 & A_s & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \quad (5-13)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-14)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} -C_a & C_s & -D_a \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-16)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_n \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

$X^{a^T}, X^{s^T}, X^{h^T}$ 為系統 S^a, S^s 和系統 N 的狀態。 e^T 為輸出訊號誤

差值， $y_d^{s^T}$ 為系統 S^s 的輸出訊號。

且滿足

$$J = E \{ Y^T G Y + \rho u^{s^T} R u^s \} \quad (5-18)$$

其中：

$$G = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & \rho R_d \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

將(5-19)代入(5-20)式中：

$$\begin{aligned}
J &= E \left\{ \begin{bmatrix} e^T & y_d^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & \rho R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ y_d^s \end{bmatrix} + \rho u^{s^T} R u^s \right\} \\
&= E \left\{ e^T Q e + y_d^{s^T} \rho R_d y_d^s + \rho u^{s^T} R u^s \right\} \\
&= E \left\{ e^T Q e + \rho (u^{s^T} R u^s + y_d^{s^T} R_d y_d^s) \right\}
\end{aligned} \tag{5-20}$$

與(5-2)式所定義的代價函數相同。

5.2.2 最佳控制理論的解

我們可以從附錄.C 可以得知代價函數 J 的最小值當選擇：

$$\begin{aligned}
u^s &= -R_2^{-1} [\bar{B}^T p + R_{12}^T] X \\
&= -F \cdot X
\end{aligned} \tag{5-21}$$

其中

$$R_2 = \rho R + \bar{D}^T G \bar{D} \tag{5-22}$$

$$R_{12} = \bar{C}^T G \bar{D} \tag{5-23}$$

且上式中的 p 為代數 Riccati equation 的解：

$$0 = R_1' - p \bar{B} R_2^{-1} \bar{B}^T p + A'^T p + p A' \tag{5-24}$$

其中

$$R_1' = R_1 - R_{12} R_2^{-1} R_{12}^T \tag{5-25}$$

$$R_1 = \tilde{C}^T G \tilde{C} \tag{5-26}$$

$$A' = \tilde{A} - \tilde{B} R_2^{-1} R_{12}^T \tag{5-27}$$

我們(5-21)將改寫為：

$$u^s = - \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{aT} & X^{sT} & X^{nT} \end{bmatrix}^T \tag{5-28}$$

將(5-28)式展開可得：

$$\dot{u}^s(t) = -F_1 X^a(t) - F_2 \dot{X}^s(t) - F_3 X^n(t) \quad (5-29)$$

5.2.3 沖洗濾波器結構

由於我們要得到的是 u^s 和 u^a 的關係，所以我們將系統的微分方程式(5-3)，(5-5)，(5-8)和(5-29)取拉普拉斯轉換(Laplace Transform)可得：

$$\bar{X}^a(s) = (sI - A_a)^{-1} B_a \bar{u}^a(s) \quad (5-30)$$

$$\bar{X}^s(s) = (sI - A_s)^{-1} B_s \bar{u}^s(s) \quad (5-31)$$

$$X^n(s) = \bar{u}^a(s) \quad (5-32)$$

$$\bar{u}^s(s) = -F_1 \bar{x}^a(s) - F_2 \bar{X}^s(s) - F_3 \bar{X}^n(s) \quad (5-33)$$

將(5-29)，(5-30)和(5-31)式代入(5-32)式可以得到：

$$\begin{aligned} \bar{u}^s(s) = & -F_1 (sI - A_a)^{-1} B_a \bar{u}^a(s) \\ & -F_2 (sI - A_s)^{-1} B_s \bar{u}^s(s) \\ & -F_3 \bar{u}^a(s) \end{aligned} \quad (5-34)$$

將(5-32)整理為 $\bar{u}^s(s)$ 和 $\bar{u}^a(s)$ 的關係後可以得到：

$$\bar{u}^s(s) = -(I + F_2 (sI - A_s)^{-1} B_s)^{-1} (F_1 (sI - A_a)^{-1} B_a + F_3) \bar{u}^a(s) \quad (5-35)$$

或

$$W(s) = [-I + F_2 (sI - A_s + B F_2)^{-1} B_s] [F_1 (sI - A_a)^{-1} B_a + F_3] \quad (5-36)$$

或

$$\bar{u}^s = W(s) \bar{u}^a \quad (5-37)$$

所以我們可以得到 $W(s)$ 即沖洗濾波器的結構。

在所有的二次線性(linear quadratic)設計過程中，我們必須透過下列的步驟：

1. 選擇 Q , R 和 ρ 的初始值。
2. 計算最佳化的答案。
3. 模擬設計的結果。
4. 從新調整 Q , R 和 ρ , 使得我們能獲得滿足規格的較佳設計。

我們由以上的討論我們可以得知如何利用最佳控制理論來設計沖洗濾波器的流程，我們必須將飛行員的平衡器官放置於我們所要討論的結構如圖 5.1 中 S^a, S^s , 我們可以解釋為飛行員於飛機中或模擬器中，其輸出為飛行員於飛機或模擬器對運動的主觀運動感覺。

5.3 平衡器官-前庭系統

為了應用上述對飛行模擬器的設計理論，我們必須在下列的前提之下來設計：

1. 在感受飛行模擬器飛行運動的暗示行為下，前庭系統扮演了重要的角色，包括兩個不同的感測器官，半規管和耳石。根據上述的假設我們利用最佳模擬器設計的過程來設計模擬器的運動，使得飛行員前庭系統的生理輸出感覺在飛機和模擬器上的差異能達到最小。
2. 實際飛機的飛行運動在一個合理的範圍內可以被模擬為一個隨機過程(random process)的運動。
3. 動態系統包括前庭系統都能夠被表示為線性化的方程式。

根據參考文獻[5]中利用前庭系統的線性化，包括對旋轉和

線性加速感測器官數學的線性化來取代飛機和模擬器的系統

方程式 S^a, S^s :

$$\frac{\bar{\hat{\omega}}}{\bar{\omega}} = \frac{G_s s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (5-38)$$

且

$$\frac{\bar{\hat{f}}}{\bar{f}} = \frac{G_o(s + A_o)}{(s + B_o)} \quad (5-39)$$

方程式 (5-34) 中的變數 ω 可以分解為三個方向 , p_{ps}, q_{ps}, r_{ps} ,

且方程式 (5-35) 中變數 f 分解為 , $f_{ps}^x, f_{ps}^y, f_{ps}^z$ 三個方向。

我們從方程式 (2-5) 中我們可以得到 β_s, ω_{ss} 之間的關係 , 我們為得到線性化的方程式來發展最佳化控制器 , 必須將方程式 (2-5) 對於 $\omega_{ss} = 0, \beta_s = 0$ 進行線性化 , 保留經泰勒展開後的一階項即得 :

$$\beta_s = T_s \omega_{ss} \quad (5-40)$$

其中

$$T_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_s \\ 0 & 1 & -\phi_s \\ 0 & \phi_s & 1 \end{bmatrix} \quad (5-41)$$

從方程式 (5-34) , (5-37) 中我們可以得知 ($\hat{\omega}_{ps} = \hat{\omega}_{pps}$) :

$$\frac{\bar{\hat{p}}_{ps}}{\bar{\phi}_s} = \frac{G_{sp} s^2}{(\tau_{1p} s + 1)(\tau_{2p} s + 1)} \quad (5-42)$$

$$\frac{\bar{\hat{q}}_{ps}}{\bar{\theta}_s} = \frac{G_{sq} s^2}{(\tau_{1q} s + 1)(\tau_{2q} s + 1)} \quad (5-43)$$

$$\frac{\bar{r}_{ps}}{\bar{\phi}_s} = \frac{G_{s1}s^2}{(\tau_{1r}s+1)(\tau_{2r}s+1)g} \quad (5-44)$$

飛機員在飛機上的平衡器官亦可以分解得到相似於(5-42)到(5-44)的方程組。

因為飛行員的頭部的座標 F_{ps} 假設位於座標 F_s 的原點重合且互相平行所以我們可得到下列關係

$$a_{pps} = a_{ss} = L_{SI}a_{SI} \quad (5-45)$$

我們針對 $a_{si}=0, \beta_s=0$ 來進行線性化，從方程式 (2-3), (2-4) 得到：

$$L_{SI} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_s & -\theta_s \\ -\phi_s & 1 & \phi_s \\ \theta_s & -\phi_s & 1 \end{bmatrix} \quad (5-46)$$

從方程式 (5-45), (5-46) 中同樣在經過泰勒展開且保留一階項，我們可得到：

$$a_{pps} = a_{SI} \quad (5-47)$$

我們知道力的定義為 $f = a - g$ 所以我們可以得知

$$f_{pps} = a_{pps} - L_{SI} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (5-48)$$

從方程式 (5-46) 到 (5-47) 代入(5-48)式中可以得到飛行員在 F_{ps} 座標系所受之力(5-49)

$$f_{PPs} = a_{SI} - g \begin{bmatrix} -\theta_s \\ \phi_s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-49)$$

所以我們也可以得到飛行員於飛機上所受之力：

$$f_{PPa} = a_{AI} - g \begin{bmatrix} -\theta_A \\ \phi_A \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-50)$$

從方程式 (5-35) 可以寫成為 ($f_{ps} = f_{pp_s}$)：

$$\frac{\hat{f}_{PS}^X}{\bar{f}_{PS}^X} = \frac{G_{OX}(s + A_{OX})}{(s + B_{OX})} \quad (5-51)$$

$$\frac{\hat{f}_{PS}^Y}{\bar{f}_{PS}^Y} = \frac{G_{OY}(s + A_{OY})}{(s + B_{OY})} \quad (5-52)$$

$$\frac{\hat{f}_{PS}^Z}{\bar{f}_{PS}^Z} = \frac{G_{OZ}(s + A_{OZ})}{(s + B_{OZ})} \quad (5-53)$$

同樣的飛行員位於飛機上三個方向的耳石系統方程式也可從 (5-51)到(5-53)獲得。

5.3.1 將平衡器官數學模式轉換為狀態空間表示式

在時域中，旋轉感測的方程式表示為 (5-42) 到 (5-44)，且有一般的形式：

$$\ddot{\hat{\omega}} + T_{1\omega}\dot{\hat{\omega}} + T_{3\omega}\hat{\omega} = T_{2\omega}\ddot{\beta} \quad (5-54)$$

其中

$$T_{1\omega} = (\tau_{1\omega} + \tau_{2\omega}) / \tau_{1\omega}\tau_{2\omega} \quad (5-55)$$

$$T_{2\omega} = G_{S\omega} / \tau_{1\omega} \cdot \tau_{2\omega} \quad (5-56)$$

$$T_{3\omega} = (\tau_{1\omega} \cdot \tau_{2\omega})^{-1} \quad (5-57)$$

方程式 (5-54) 可以將其寫為狀態空間的形式，可表示為：

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u \quad (5-58)$$

$$y = C_1 x + D_1 u \quad (5-59)$$

X_1 代表半規管在飛機或模擬器的狀態變數， Y_1 代表飛行員在飛機或模擬器上的角速度感覺，而 u 為飛機的輸入 u^a 或模擬器的輸入 u^s 且可以表示為：

$$u^{s^T} = [\beta_s^T \quad a_{sl}^T] \quad (6-60)$$

$$u^{a^T} = [\beta_A^T \quad a_{Al}^T] \quad (6-61)$$

其中系統矩陣為

$$A_1 = \begin{bmatrix} -T_{1p} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -T_{3p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_{1q} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_{1q} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{1r} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{3r} & 0 \end{bmatrix} \quad (5-62)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -T_{1p}T_{2p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -T_{2p}T_{3p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T_{1q}T_{2q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T_{2q}T_{3q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_{1r}T_{2r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_{2r}T_{3r} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-63)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-64)$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} T_{2p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{2q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{2r} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-65)$$

在時域中，線性加速感測的轉移函數（5-51）到（5-53）可以表示為微分方程式的形式：

$$\dot{\hat{f}}^i + B_{oi}\hat{f}^i = G_{oi}\dot{f}^i + G_{oi}A_{oi}f^i \quad (5-66)$$

其中 \hat{f}^i 代表在 $\hat{f}_{ps}, \hat{f}_{pa}$ 擾動的 x, y 或 z 方向的分量。 f^i 代表在 f_{ps}, f_{pa} 擾動的分量，由方程式（5-60）可以將上式表示狀態方程式為：

$$\dot{X}_2 = A_2 X_2 + B_2 u \quad (5-67)$$

$$Y_2 = C_2 X_2 + D_2 u \quad (5-68)$$

x_2 代表耳石在飛機或模擬器的狀態變數， Y_2 代表飛行員在飛機或模擬器上力的感覺，而 u 為飛機的輸入 u^a 或模擬器的輸入 u^s 且可以表示為：

$$u^{s^T} = [\beta_s^T \quad a_{sl}^T] \quad (6-69)$$

$$u^{a^T} = [\beta_A^T \quad a_{Al}^T] \quad (6-70)$$

其中系統矩陣分別為：

$$A_2 = - \begin{bmatrix} B_{ox} & 0 & 0 \\ 0 & B_{oy} & 0 \\ 0 & 0 & B_{oz} \end{bmatrix} \quad (5-71)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} G_{ox}(A_{ox} - B_{ox}) & 0 & 0 \\ 0 & G_{oy}(A_{oy} - B_{oy}) & 0 \\ 0 & 0 & G_{oz}(A_{oz} - B_{oz}) \end{bmatrix} V \quad (5-72)$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-73)$$

$$C_2 = I \quad (5-74)$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} G_{ox} & 0 & 0 \\ 0 & G_{oy} & 0 \\ 0 & 0 & G_{oz} \end{bmatrix} V \quad (5-75)$$

5.4 整合系統方程式

根據 5.3 節，我們得到了半規管和耳石的線性化狀態方程式，將其結合為一系統方程式，所以我們可以得到飛機的系統矩陣為：

$$A_a = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix} \quad (5-76)$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ E \end{bmatrix} \quad (5-77)$$

$$C_a = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-78)$$

$$D_a = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (5-79)$$

其中 K 和 E 從(5-80)獲得

$$\dot{X}_d = KX_d + Eu \quad (5-80)$$

其中 A_1, B_1, C_1, D_1 為半規管的系統矩陣， A_2, B_2, C_2, D_2 為耳石的系統矩陣， K 為額外增加的狀態如縱向或側向加速度 \ddot{d}^a ，速度 \dot{d}^a ，位移 d^a ， E 則為相對於 K 的輸入矩陣。

由於之前假設位於飛行員於飛機與模擬器的前庭系統為相同，所以我們可以得到 $A_a = A_s = A, B_a = B_s = B$ ，將兩個系統結合為下列的系統方程式，使之成為最佳控制理論的限制條件：

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}u \quad (5-81)$$

$$Y = \bar{C}X + \bar{D}u \quad (5-82)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A_a & 0 & B_a \\ 0 & A_s & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-83)$$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_s \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-84)$$

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \begin{bmatrix} -C_a & C_s & -D_a \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -C & C & -D \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-85)$$

$$\begin{aligned}\overline{D} &= \begin{bmatrix} D_s \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (5-86)$$

由於整個系統矩陣相當大，且因為運動方向的獨立性，我們就可以將原來六自由度的運動方程式分解為下列獨立 x 變數的組合來分析：

1. 滾轉(roll)/搖擺(sway)方程式組。
2. 俯仰(pitch)/傾斜(surge)方程式組。
3. 側轉(yaw)方程式組。
4. 起伏(Heave)方程式組。

將人體平衡器官半規管與耳石的狀態變數並和另外增加的狀態變數其代表的意義為；

$[X_1 - X_6]$ 代表旋轉運動（半規管）的狀態變數。

$[X_7 - X_9]$ 代表線性運動(耳石)的狀態變數。

$[X_{10} - X_{20}]$ 代表另外增加的狀態變數。

第 1 組-滾轉 / 搖擺:

$$X = [X_1 \quad X_2 \quad X_8 \quad X_{15} \quad X_{16} \quad X_{17}]^T \quad (5-87)$$

$x_1 \quad x_2$ 代表半規管對 X 軸旋轉(滾轉角)的狀態變數

x_8 代表耳石向 Y 方向加速的狀態變數

$X_{15} \quad X_{16} \quad X_{17}$ 代表另外增加的變數

$$\begin{bmatrix} X_{15} & X_{16} & X_{17} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \int v dt^2 & \int v dt & v \end{bmatrix}^T$$

其中

v 為 Y 方向的速度, $\int v dt$ 為 Y 方向位移, $\int v dt^2$ 不具任何物理意義, 根據參考文獻[6]為了增加濾波器的階數.

考慮飛行員於飛機上或模擬器上在滾轉/搖擺方向的系統;

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (5-88)$$

$$y = CX + Du \quad (5-89)$$

其中

$$u^s = \begin{bmatrix} \phi_s & a_{SI}^y \end{bmatrix}^T \quad (5-90)$$

$$u^a = \begin{bmatrix} \phi_A & a_{AI}^y \end{bmatrix}^T \quad (5-91)$$

系統矩陣為:

$$A = \begin{bmatrix} -T_{1p} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -T_{3p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_{oy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-92)$$

$$B = \begin{bmatrix} -T_{1p}T_{2p} & 0 \\ -T_{2p}T_{3p} & 0 \\ gG_{oy}(A_{oy} - B_{oy}) & G_{oy}(A_{oy} - B_{oy}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-93)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-94)$$

$$D = \begin{bmatrix} T_{2p} & 0 \\ -gG_{oy} & G_{oy} \end{bmatrix} \quad (5-95)$$

假設飛機輸入訊號為:

$$\dot{X}^n = A_n X^n + B_n n \quad (5-96)$$

$$u^a = X_n \quad (5-97)$$

結合系統的拘束我們可以得到;

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}u^s + \bar{H}n \quad (5-98)$$

$$Y = \bar{C}X + \bar{D}u^s$$

$$X = \begin{bmatrix} X^{aT} & X^{sT} & X^{nT} \end{bmatrix}^T \quad (5-99)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{p}_{ps} - \hat{p}_{pA} & \hat{f}_{ps}^y - \hat{f}_{pA}^y & X_{15} & X_{16} & X_{17} \end{bmatrix}^T \quad (5-100)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \quad (5-101)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \rho \\ B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-102)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & C & -D \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \quad (5-103)$$

$$C_d = [0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}] \quad (5-104)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-105)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_n \end{bmatrix} \quad (5-106)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho R_d \end{bmatrix} \quad (5-107)$$

最佳化的過程中，找到輸入 u^s ，使得下列代價函數能最小：

$$\begin{aligned} J &= E\{Y^T G Y + \rho u^{sT} R u^s\} \\ &= E\{e^T Q e + \rho(u^{sT} R u^s + y d^{sT} R_d y d^s)\} \end{aligned} \quad (5-108)$$

最後找出 u^s 和 u^a 的關係(5-36)式,即我們所需的滾轉/搖擺方向的沖洗濾波器型式.

第 2 組-俯仰/傾斜：

$$X = [X_3 \quad X_4 \quad X_7 \quad X_{12} \quad X_{13} \quad X_{14}]^T \quad (5-109)$$

x_3 、 x_4 代表半規管對 Y 軸旋轉(俯仰角)的狀態變數

x_7 代表耳石向 X 方向加速的狀態變數

x_{12} x_{13} x_{14} 代表另外增加的狀態變數

$$[X_{12} \quad X_{13} \quad X_{14}]^T = [\underline{\underline{I}}_{udt^2} \quad \underline{I}_{udt} \quad u]^T$$

其中 u 為 X 方向的速度, \underline{I}_{udt} 為 X 方向位移, $\underline{\underline{I}}_{udt^2}$ 不具任何物理意義,根據參考文獻[6]為了增加濾波器的階數.

考慮飛行員於飛機上或模擬器上在滾轉/搖擺方向的系統;

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (5-110)$$

$$y = CX + Du \quad (5-111)$$

其中

$$u^s = [\theta_s \quad a_{SI}^x]^T \quad (5-112)$$

$$u^a = [\theta_A \quad a_{AI}^x]^T \quad (5-113)$$

系統矩陣為:

$$A = \begin{bmatrix} T_{1q} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{3q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_{ox} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-114)$$

$$B = \begin{bmatrix} -T_{1q}T_{2q} & 0 \\ -T_{2q}T_{3q} & 0 \\ G_{ox}(A_{ox} - B_{ox}) & G_{ox}(A_{ox} - B_{ox}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-115)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-116)$$

$$D = \begin{bmatrix} T_{2q} & 0 \\ G_{ox} & G_{ox} \end{bmatrix} \quad (5-117)$$

假設飛機輸入訊號為:

$$\dot{X}^n = A_n X^n + B_n n \quad (5-118)$$

$$u^a = X_n \quad (5-119)$$

結合系統的拘束我們可以得到;

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}u^s + \bar{H}n \quad (5-120)$$

$$Y = \bar{C}X + \bar{D}u^s \quad (5-121)$$

$$X = \begin{bmatrix} X^{aT} & X^{sT} & X^{nT} \end{bmatrix}^T \quad (5-122)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{q}_{ps} - \hat{q}_{pA} & \hat{f}_{ps}^x - \hat{f}_{pA}^x & X_{12} & X_{13} & X_{14} \end{bmatrix} \quad (5-123)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \quad (5-124)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-125)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & C & -D \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \quad (5-126)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5-127)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-128)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_n \end{bmatrix} \quad (5-129)$$

$$G = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & \rho R_d \end{bmatrix} \quad (5-130)$$

最佳化的過程中，找到輸入 u^s ，使得下列代價函數能最小：

$$\begin{aligned} J &= E\{Y^T G Y + \rho u^{sT} R u^s\} \\ &= E\{e^T Q e + \rho(u^{sT} R u^s + y d^{sT} R_d y d^s)\} \end{aligned} \quad (5-131)$$

最後找出 u^s 和 u^a 的關係(5-36)式,即我們所需的俯仰/傾斜方向的沖洗濾波器型式.

第 3 組-側轉: _

$$X = [X_5 \quad X_6 \quad X_{10} \quad X_{11}]^T \quad (5-132)$$

$x_5 \quad x_6$ 代表半規管對 Z 軸旋轉 (側轉角) 的狀態變數

$X_{10} \quad X_{11}$ 代表另外增加的狀態變數

$$[X_{10} \quad X_{11}]^T = [\int \psi_s dt^2 \quad \int \psi_s dt]^T$$

其中 ψ 為側轉角, $\int \psi_s dt^2 \quad \int \psi_s dt$ 為增加沖洗率波器的階數.

考慮飛行員於飛機上或模擬器上在側轉方向的系統;

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (5-133)$$

$$y = CX + Du \quad (5-134)$$

其中

$$u^s = \psi_s \quad (5-135)$$

$$u^a = \psi_A \quad (5-136)$$

系統矩陣為

$$A = \begin{bmatrix} -T_{1r} & 1 & 0 & 0 \\ -T_{3r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-137)$$

$$B = \begin{bmatrix} -T_{1r} T_{2r} \\ -T_{2r} T_{3r} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-138)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (5-139)$$

$$D = T_{2r} \quad (5-140)$$

假設飛機輸入訊號為

$$\dot{X}^n = A_n X^n + B_n n \quad (5-141)$$

$$u^a = X_n \quad (5-142)$$

結合系統的拘束我們可以得到;

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}u^s + \bar{H}n \quad (5-143)$$

$$Y = \bar{C}X + \bar{D}u^s \quad (5-144)$$

$$X = [X^{aT} \quad X^{sT} \quad X^{nT}]^T \quad (5-145)$$

$$Y = [\hat{r}_{ps} - \hat{r}_{pA} \quad X_{10} \quad X_{11}]^T \quad (5-146)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \quad (5-147)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-148)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & C & -D \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \quad (5-149)$$

$$C_d = [0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2}] \quad (5-150)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-151)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_n \end{bmatrix} \quad (5-152)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho R_d \end{bmatrix} \quad (5-153)$$

最佳化的過程中，找到輸入 u^s ，使得下列代價函數能最小：

$$\begin{aligned} J &= E\{Y^T G Y + \rho u^{sT} R u^s\} \\ &= E\{e^T Q e + \rho(u^{sT} R u^s + y d^{sT} R_d y d^s)\} \end{aligned} \quad (5-154)$$

最後找出 u^s 和 u^a 的關係(5-36)式,即我們所需的側轉方向的沖洗濾波器型式.

第 4 組-起伏:

$$X = [X_9 \quad X_{18} \quad X_{19} \quad X_{20}]^T \quad (5-155)$$

X_9 代表耳石向 Z 方向加速的狀態變數

$X_{18} \quad X_{19} \quad X_{20}$ 代表另外增加的狀態變數

$$[X_{18} \quad X_{19} \quad X_{20}]^T = [\overline{w}_{dt^2} \quad \underline{w}_{dt} \quad w]^T$$

其中 w 為 Z 方向的速度, \underline{w}_{dt} 為 Z 方向位移, \overline{w}_{dt^2} 不具任何物理意義,根據參考文獻[6]為了增加濾波器的階數.

考慮飛行員於飛機上或模擬器上在起伏方向的系統

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (5-156)$$

$$y = CX + Du \quad (5-157)$$

其中

$$u^s = a_{SI}^z \quad (5-158)$$

$$u^a = a_{AI}^z \quad (5-159)$$

系統矩陣為

$$A = \begin{bmatrix} B_{oz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-160)$$

$$B = \begin{bmatrix} G_{oz(A_{oz}-B_{oz})} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-161)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (5-162)$$

$$D = G_{oz} \quad (5-163)$$

假設飛機輸入訊號為

$$\dot{X}^n = A_n X^n + B_n n \quad (5-164)$$

$$u^a = X_n \quad (5-165)$$

結合系統的拘束我們可以得到;

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}u^s + \bar{H}n \quad (5-166)$$

$$Y = \bar{C}X + \bar{D}u^s \quad (5-167)$$

$$X = [X^{aT} \quad X^{sT} \quad X^{nT}]^T \quad (5-168)$$

$$Y = [\hat{f}_{ps}^z - \hat{f}_{pA}^z \quad X_{18} \quad X_{19} \quad X_{20}]^T \quad (5-169)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \quad (5-170)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-171)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & C & -D \\ 0 & C_d & 0 \end{bmatrix} \quad (5-172)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 1} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5-173)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-174)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_n \end{bmatrix} \quad (5-175)$$

$$G = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & \rho R_d \end{bmatrix} \quad (5-176)$$

最佳化的過程中，找到輸入 u^s ，使得下列代價函數能最小：

$$\begin{aligned} J &= E\{Y^T G Y + \rho u^{sT} R u^s\} \\ &= E\{e^T Q e + \rho(u^{sT} R u^s + y d^{sT} R_d y d^s)\} \end{aligned} \quad (5-177)$$

最後找出 u^s 和 u^a 的關係(5-36)式,即我們所需的起伏方向的沖洗濾波器型式.

第六章 結果與討論

6.1 結果驗證

我們利用軟體來完成第五章最佳沖洗濾波器的設計，飛機運動的訊號在轉換為模擬器的驅動訊號前，通過四個通道(channel)[5]即俯仰/傾斜、滾轉/搖擺、側轉和起伏來分析。系統的參數值包括半規管和耳石的參數及權重參數[6]見表 6.1，程式於附錄 E-1。

俯仰/傾斜通道

經程式計算我們可以得到表(6.2)俯仰通道的極點和零點，在表中可以發現極零點對消的情形，經過整理後我們可以得到 6 階的俯仰角/傾斜通道的轉移函數見方程式(6-2)到(6-5)且其沖洗濾波器的形式為：

$$\frac{\theta^s}{A^s} = \frac{W_{11}(s)}{W_{21}(s)} \frac{W_{12}(s)}{W_{22}(s)} \frac{\theta^a}{A^a} \quad (6-1)$$

其中

$$W_{11}(s) = \frac{s^6 + 2.415s^5 + 2.843s^4 + 1.95s^3 + 0.7391s^2 + 0.1134s + 0.0051}{s^6 + 2.416s^5 + 2.844s^4 + 1.951s^3 + 0.7395s^2 + 0.1135s + 0.0051} \quad (6-2)$$

$$W_{12}(s) = \frac{0.011s^6 + 0.1373s^5 + 0.2508s^4 + 0.1856s^3 + 0.0711s^2 + 0.0108s + 0.000478}{s^6 + 2.416s^5 + 2.844s^4 + 1.951s^3 + 0.7395s^2 + 0.1135s + 0.0051} \quad (6-3)$$

$$W_{21}(s) = \frac{-0.003s^6 - 0.000585s^5 + 1.225e-005s^4 + 2.994e-006s^3}{s^6 + 2.416s^5 + 2.844s^4 + 1.951s^3 + 0.7395s^2 + 0.1135s + 0.0051} \quad (6-4)$$

$$W_{22}(s) = \frac{0.8621s^6 + 0.9015s^5 + 0.1933s^4 + 0.009845s^3}{s^6 + 2.416s^5 + 2.844s^4 + 1.951s^3 + 0.7395s^2 + 0.1135s + 0.0051} \quad (6-5)$$

圖(6.1)為俯仰角/傾斜通道的波得圖，由圖我們可以得知：

$W_{11}(s)$ ：為飛機的俯仰角對模擬器的俯仰角，幾乎為一個單位轉移函數。

$W_{12}(s)$ ：為飛機的傾斜對模擬器的俯仰角，為一個低通濾波器與傳統的沖洗濾波器的座艙傾斜(tilt-coordination)有相同的功能即利用低頻率的訊號來模擬飛機持續加速的運動。

$W_{21}(s)$ ：為飛機的俯仰角對模擬器的傾斜，為一個高通濾波器但是由於其低增益值(low gain)所以對於模擬器的反應影響不大。

$W_{22}(s)$ ：為飛機的傾斜對模擬器的傾斜，亦為一個高通濾波器與我們的預期相同因為人體平衡器官對於線性加速度的感覺也是呈現一個高通濾波器的形式。

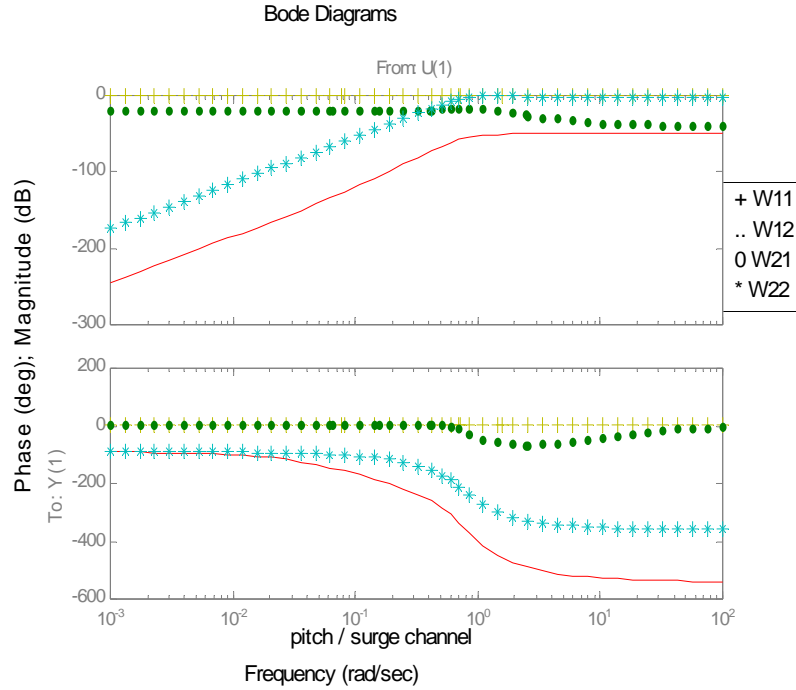


圖 6.1 俯仰/傾斜 通道波得圖

由圖 6.1 我們對照參考文獻[6]我們可以得知驗證結果正確。

但由於 $w_{11}(s)$ 為一個單位轉移函數因此產生一個問題即飛機的俯仰角的作動範圍會完全進入模擬器，且可能超出平台的作動範圍，所以我們希望能藉由調整代價函數來得到 $w_{11}(s)$ 為較佳的高通濾波器，而非單位轉移函數所以我們增加代價函數中的 R_{11} ，10 倍甚至 100 倍，也就是我們希望得到較小的模擬器的俯仰角但我們發現 $w_{11}(s)$ 並不會改變但其增益值稍微變小，也就是說改變參數的設定並不會改變 $w_{11}(s)$ 的型式，但根據參考文獻[5]的範例中，我們得知此種超出作動範圍的情形並不常發生。

6.2 通道特性討論

由於文獻[6]的討論僅對於俯仰/傾斜通道，且其程式複雜不易了解，所以我們同樣利用相同最佳控制沖洗濾波器的設計理論公式利用 Matlab 來進行其他通道包括滾轉/搖擺、側轉和起伏通道的實現。

滾轉/搖擺通道

滾轉/搖擺通道的分析，程式見附錄 E-2，我們也可以得到通道的極點和零點（表 6.3），同樣的極點和零點也有對消的情形，經過整理後其轉移函數為一個 6 階濾波器型式，圖 6.2 為其波得圖，我們比較圖 6.1 和圖 6.2 發現滾轉/搖擺通道的濾波器型式與俯仰/傾斜通道的波得圖型式非常的類似，僅在相位圖上有所差異。

$$W_{11}(s) = \frac{s^6 + 2.281s^5 + 2.548s^4 + 1.665s^3 + 0.6s^2 + 0.086s + 0.0037}{s^6 + 2.281s^5 + 1.614s^4 + 0.2019s^3 - 0.1783s^2 - 0.042s - 0.00212} \quad (6-6)$$

$$W_{12} = \frac{0.01038s^6 + 0.1243s^5 + 0.22s^4 + 0.1548s^3 + 0.05628s^2 + 0.00793s + 0.0003}{s^6 + 2.281s^5 + 1.614s^4 + 0.2019s^3 - 0.1783s^2 - 0.042s - 0.00212} \quad (6-7)$$

$$W_{21} = \frac{-0.0029s^6 - 0.0006474s^5 - 2121e-005s^4 + 8.224e-007s^3}{s^6 + 2.281s^5 + 1.614s^4 + 0.2019s^3 - 0.1783s^2 - 0.042s - 0.00212} \quad (6-8)$$

$$W_{22} = \frac{0.8223s^6 + 0.8644s^5 + 0.1703s^4 + 0.00831s^3}{s^6 + 2.281s^5 + 1.614s^4 + 0.2019s^3 - 0.1783s^2 - 0.042s - 0.00212} \quad (6-9)$$

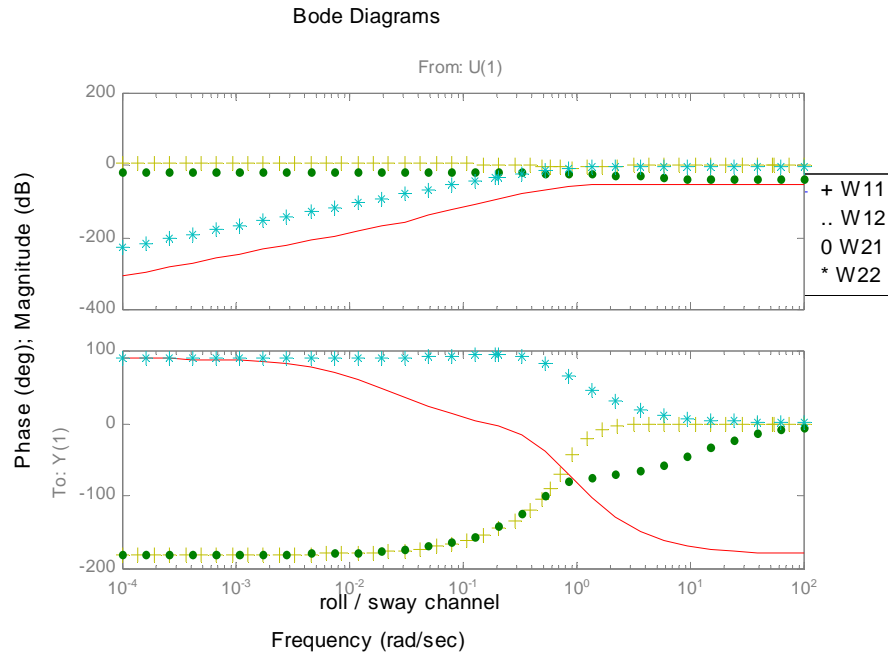


圖 6.2 滾轉/搖擺 通道波得圖

側轉通道

側轉的通道經過程式的計算，可以得到此通道的極點和零點如表(6.4)，經過極零點的對消後，我們可以得到此通道的轉移函數方程式(6-10)，因為飛機或模擬器的側轉並沒如俯仰/傾斜通道的座艙傾斜的現象所以其沖洗濾波器的型式為一個高通濾波器見圖 6.3。此曲線的斷點頻率約為 0.2rad/s 這與人體旋轉感測器官所能感受的範圍 0.2rad/s 到 10rad/s 非常吻合，所以可以說與我們所預期的相同。

$$W(s) = \frac{0.9824s^4 + 0.5456s^3 + 0.04412s^2}{s^4 + 0.7444s^3 + 0.2765s^2 + 0.05504s + 0.0033} \quad (6-10)$$

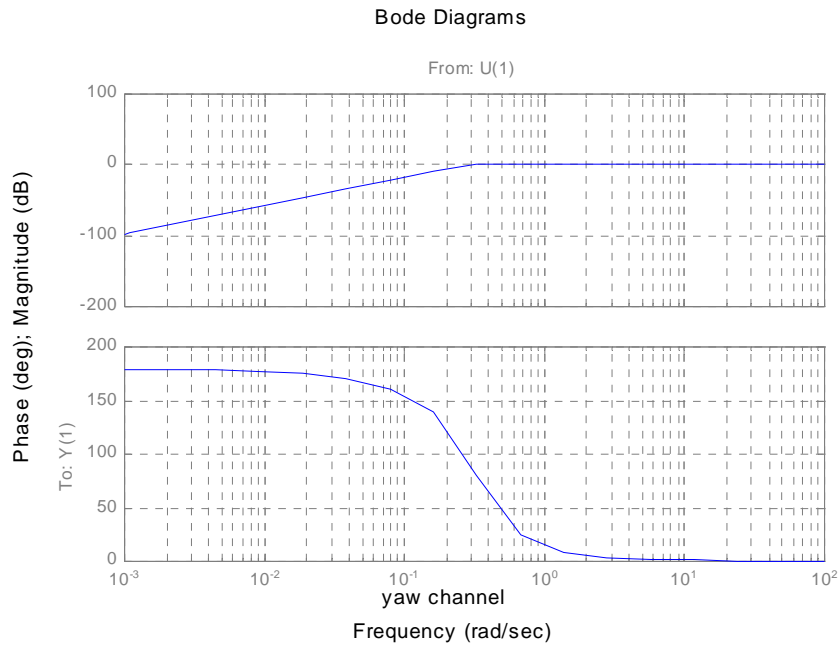


圖 6.3 側轉 通道波得圖

起伏通道

我們由附錄 E-4 程式計算的結果，我們可得到起伏方向的極零點，經過極零點對消後我們可以得到方程式 (6-11) 起伏方向的轉移函數，我們繪其波得圖 (6-4)，可以知道起伏方向為一高通濾波器。

$$W(s) = \frac{0.9824s^4 + 0.1824s^3}{s^4 + 1.386s^3 + 0.9375s^2 + 0.3297s + 0.037} \quad (6-11)$$

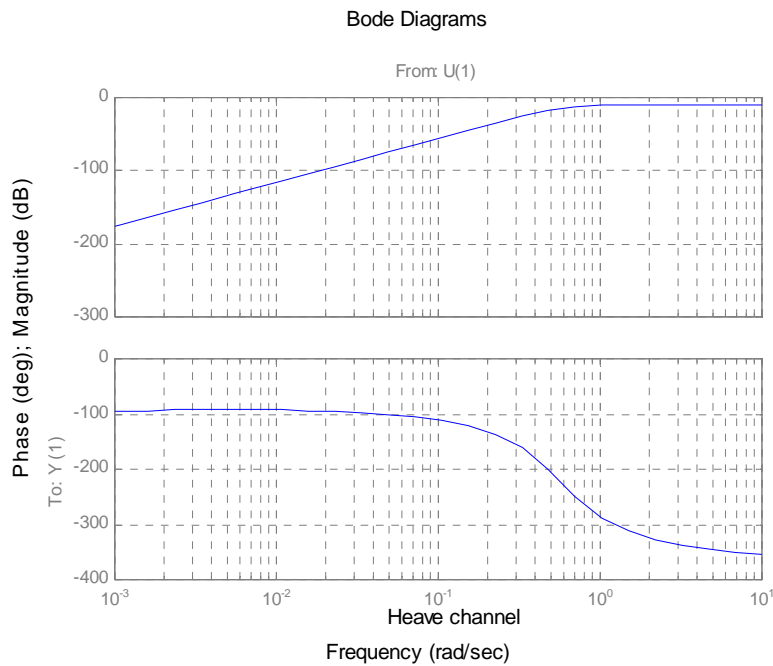


圖 6.4 起伏 通道波得圖

6.3 模擬結果

根據 6.2 節的討論我們可以知道各個通道的沖洗濾波器的特性,且由圖 6.5 中沖洗濾波器方塊圖可以計算出模擬器的需求,以此為基礎我們利用 Matlab-simulink 做了兩個部分的模擬。

6.3.1 模擬一

假設飛機以 0.05 m/s^3 的變加速度起飛,加速 10 秒後以 0.5 m/s^2 , 且以俯仰角為 0.5 rad/s 的姿態維持 10 秒, 10 秒後維持固定的俯仰角飛行, 其流程為圖 6.6 圖 6.7。

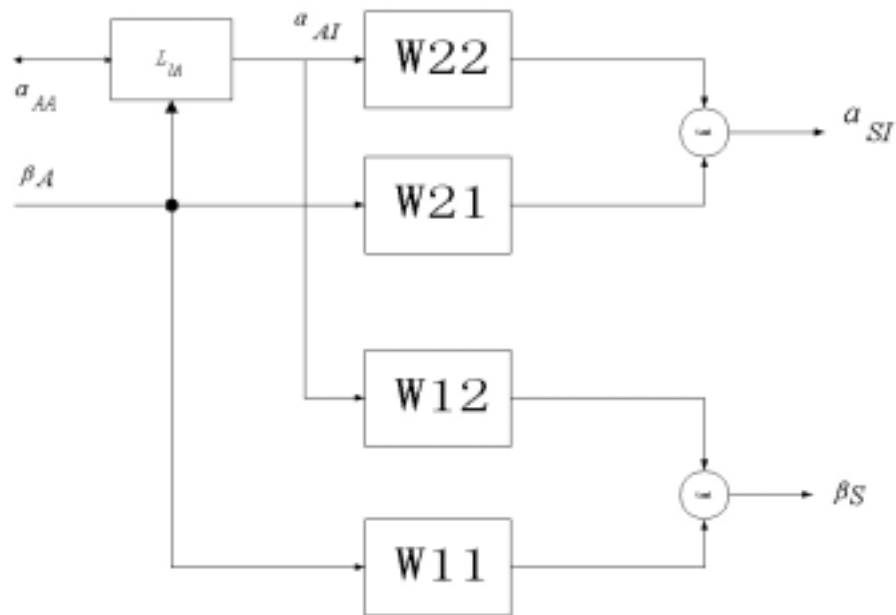


圖 6.5 沖洗濾波器方塊圖

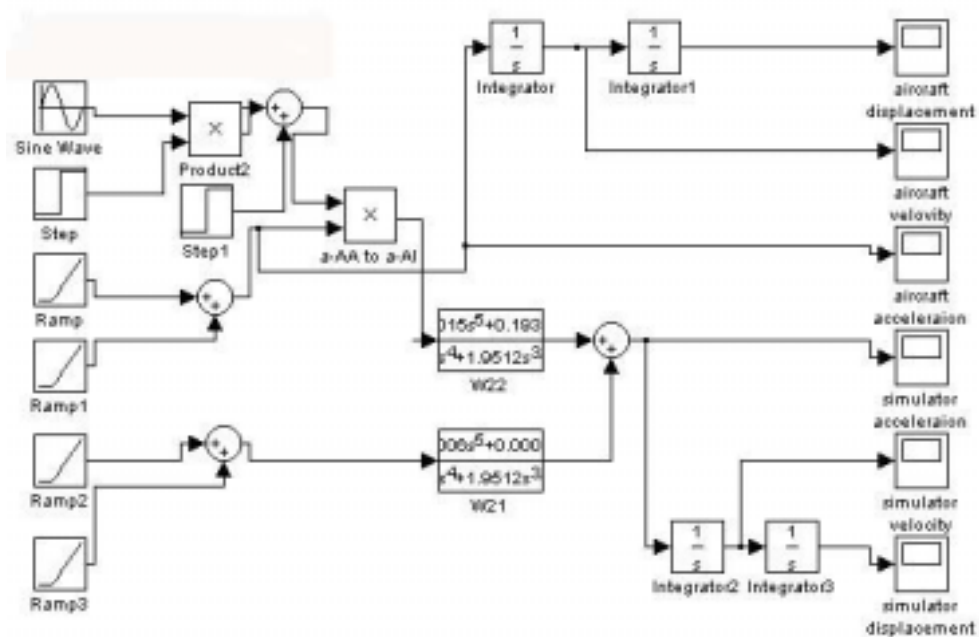


圖 6.6 經過沖洗濾波器後的模擬器線性運動

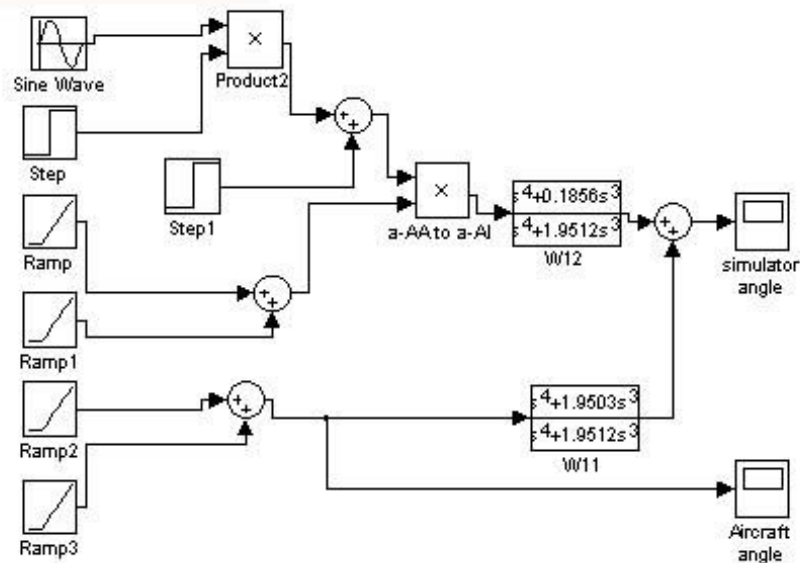


圖 6.7 經過沖洗濾波器後的模擬器轉動運動

模擬的結果為圖 6.8 到圖 6.15，圖 6.8 和圖 6.9 分別為飛機和模擬器的加速度，圖 6.10 和圖 6.11 分別為飛機和模擬器的速度，圖 6.12 和 6.13 分別為飛機和模擬器的位移由圖 6.12 我們不僅可以得知整個飛機的飛行高度可以達到約 7500 公尺而此時模擬器的伸長量不超過 1 公尺即可模擬整個飛機的運動過程，由此可知我們可以針對我們的需求規格包括對分機的加速度、速度或位移並進一步來確認模擬器是否能達到我們的要求。圖 6.14 和 6.15 分別為飛機和模擬器的俯仰角變化。

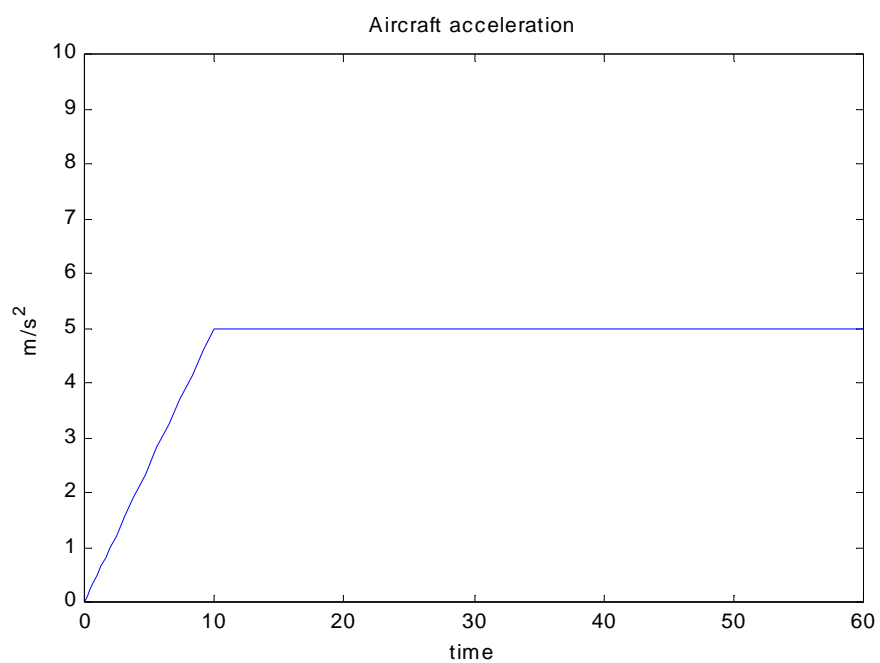


圖 6.8 模擬飛機的加速度

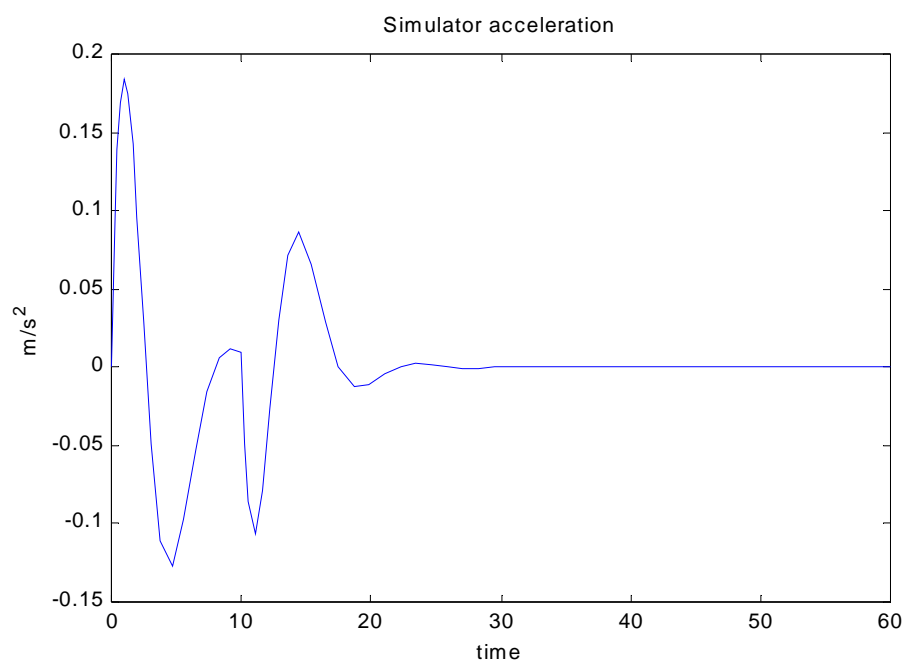


圖 6.8 模擬飛機的加速度

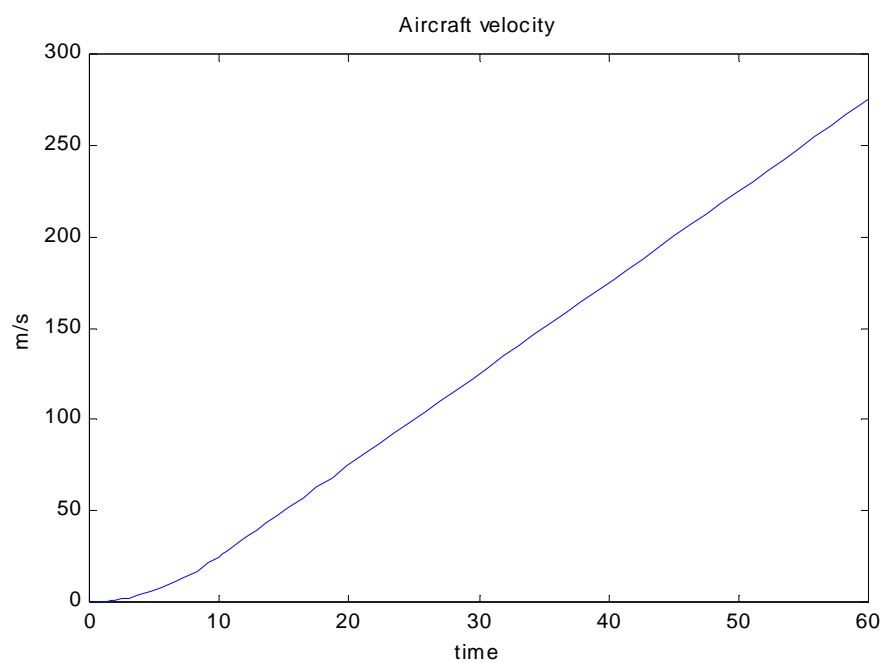


圖 6.10 模擬飛機的速度

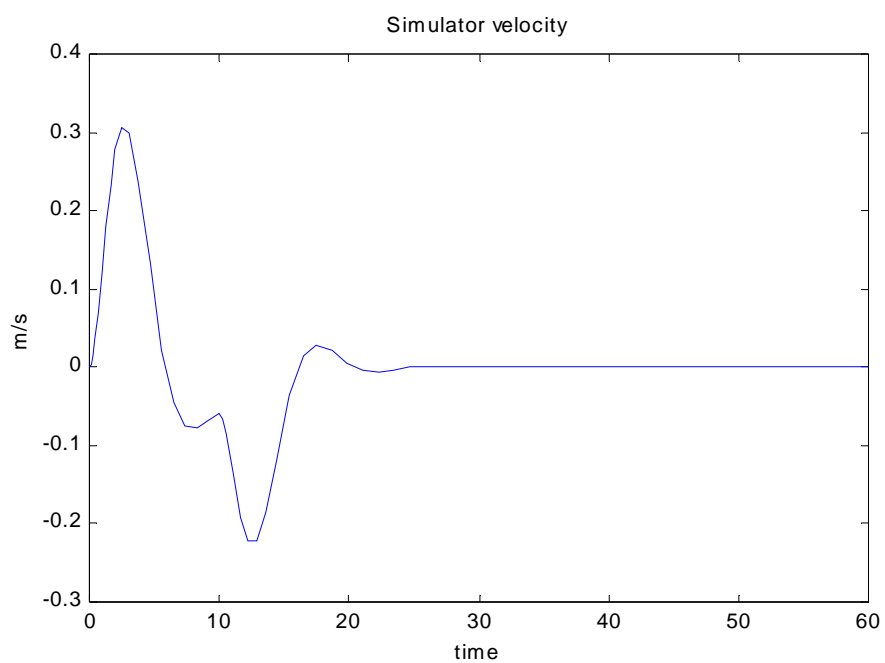


圖 6.11 模擬器的速度

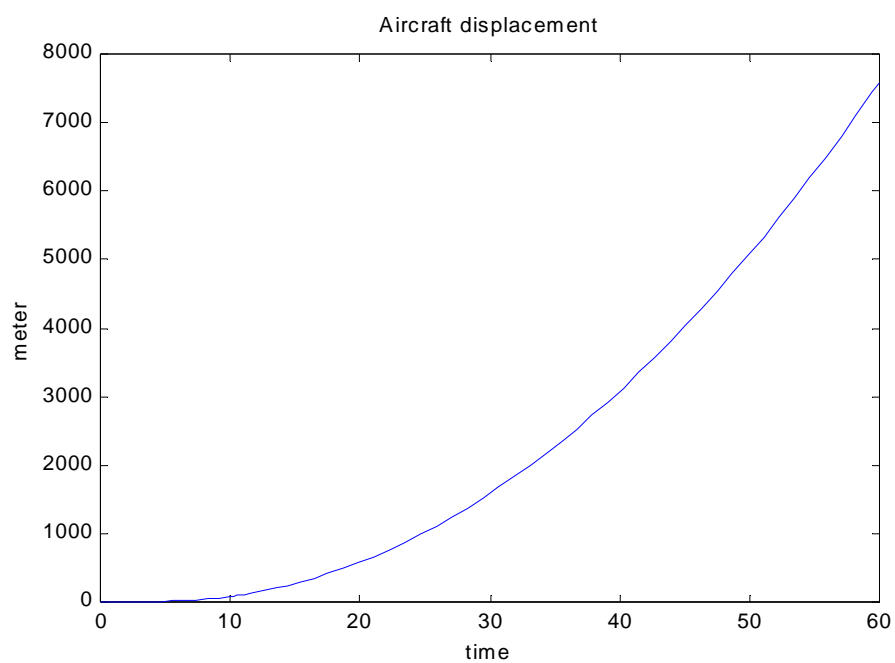


圖 6.12 模擬飛機的位移

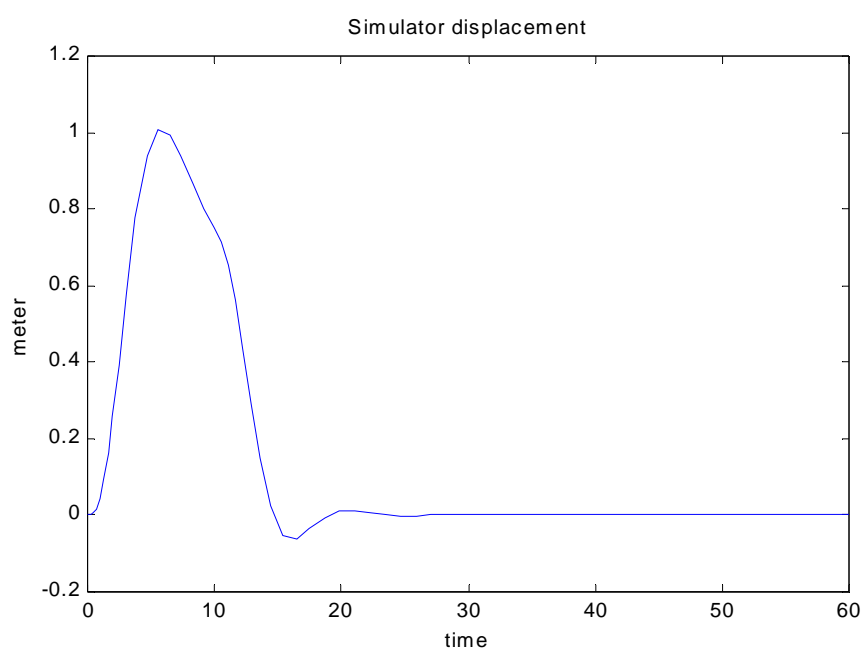


圖 6.13 模擬器的位移

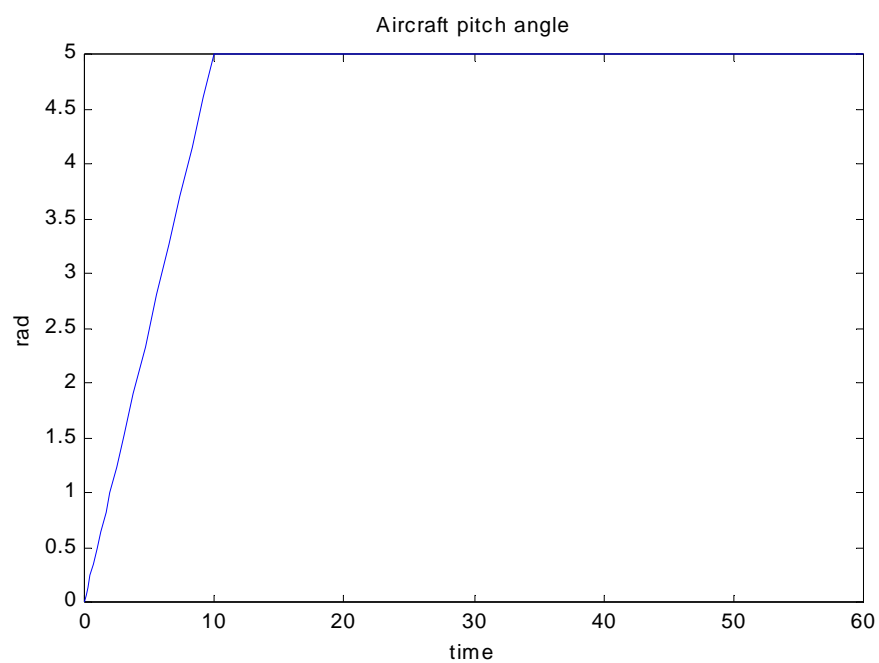


圖 6.14 模擬飛機的俯仰角變化

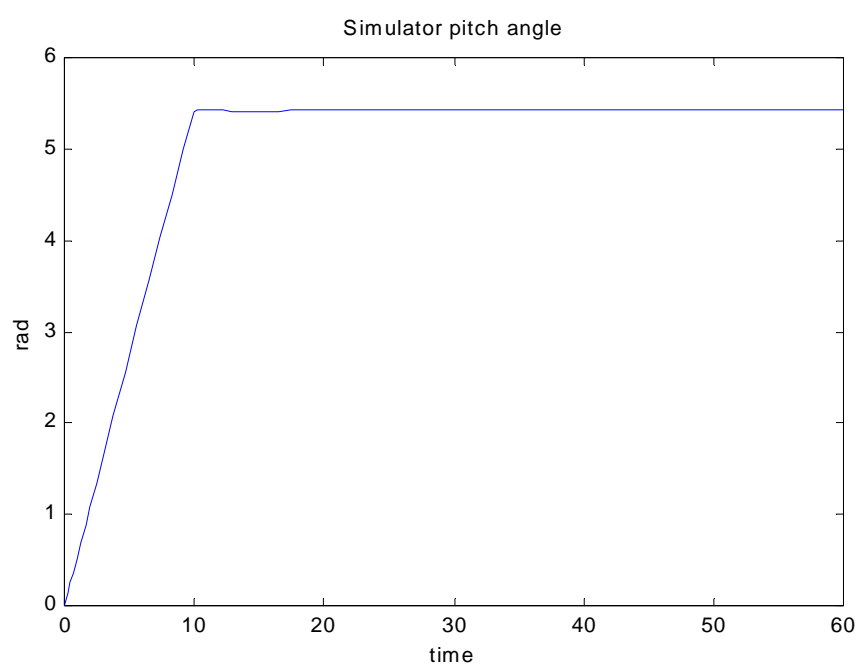


圖 6.15 模擬器的俯仰角變化

6.3.2 模擬二

由於前一個模擬只考慮到飛機經過經過沖洗濾波器後的模擬器反應，並未考慮到飛行員於飛機或模擬器反應的誤差所以本模擬主要在建立起整個模擬的過程以及如何利用其來調整權重函數(weighting function)以滿足包括模擬器的行程限制以及飛行員的感官誤差。

我們接續前一個模擬的輸入，其流程圖如圖 6.16 和圖 6.17，在圖 6.16 中建立起飛行員於飛機和模擬器所感受到的力，主要依據公式(5-49)和(5-50)並且計算其誤差值，圖 6.17 建立起飛行員於飛機或模擬器所感受到的角速度，由於我們原始的沖洗濾波器的參數主要是參考表 6.1，所以我們現在針對一個變數 R_{11} (參考表 6.5)來調整為原來的 0.1 倍、10 倍和 100 倍觀察飛行員於飛機和模擬器旋線性感測誤差的變化情形圖，以及飛行員在模擬器上和在飛機上對力的感測情形如圖 6.18 到圖 6.25。圖 6.26 到圖 6.33 為飛行員於飛機和模擬器旋轉感測誤差的變化情形圖，以及飛行員在模擬器上和在飛機上對角速度的感測情形

由比較圖 6.18、圖 6.20、圖 6.22 和圖 6.24 我們發現飛行員對力的感測誤差會隨著 R_{11} 值的增加誤差加大。但對於飛行員的角速度誤差則較無明顯的改變。

此模擬的主要目的是建立起一個測試流程，藉由不斷的調整增益值並觀察誤差來獲得我們所需的規格。

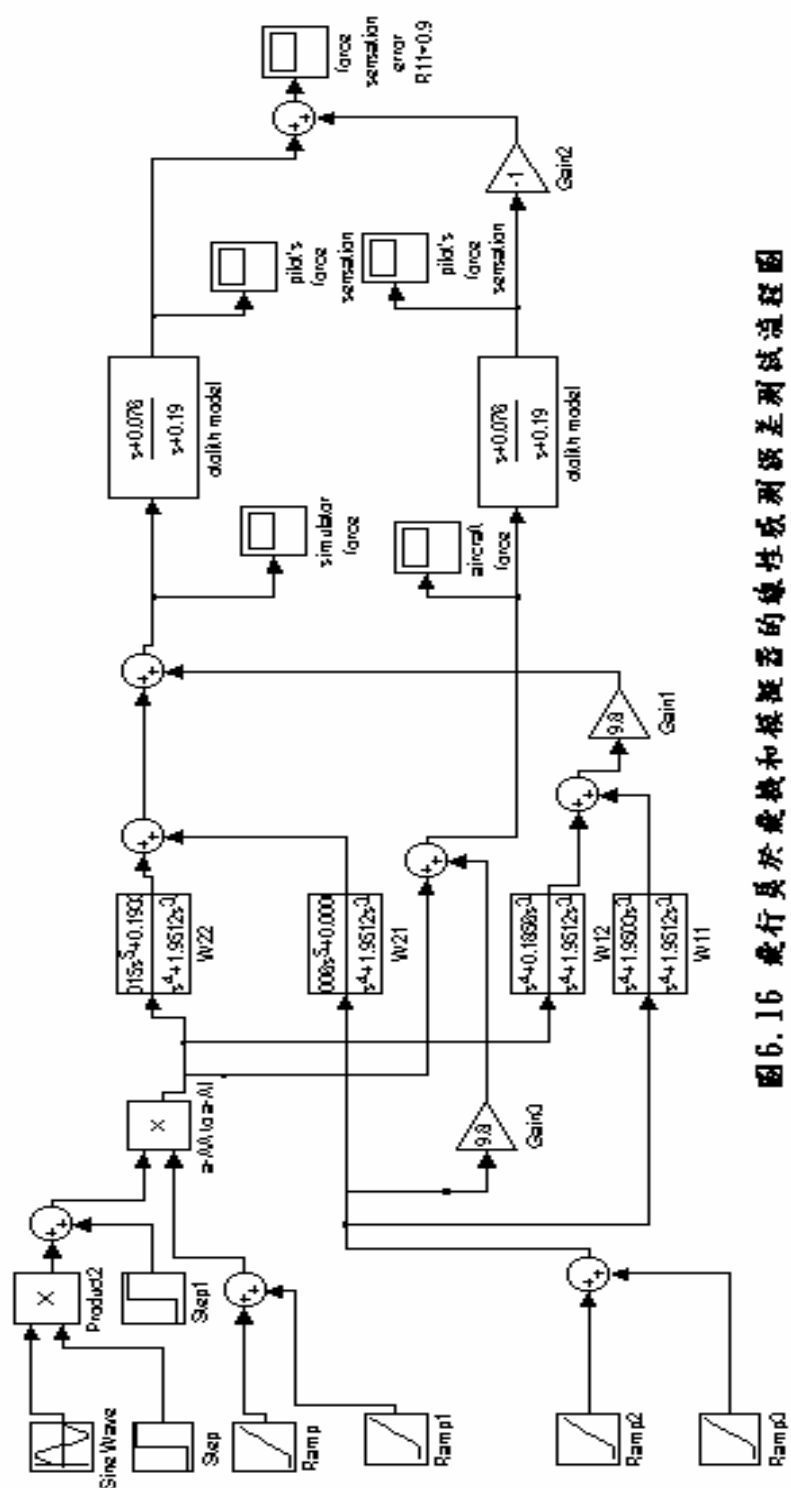


图6.16 运行于舵机和模擬器的线性主动扰动差测试流程图

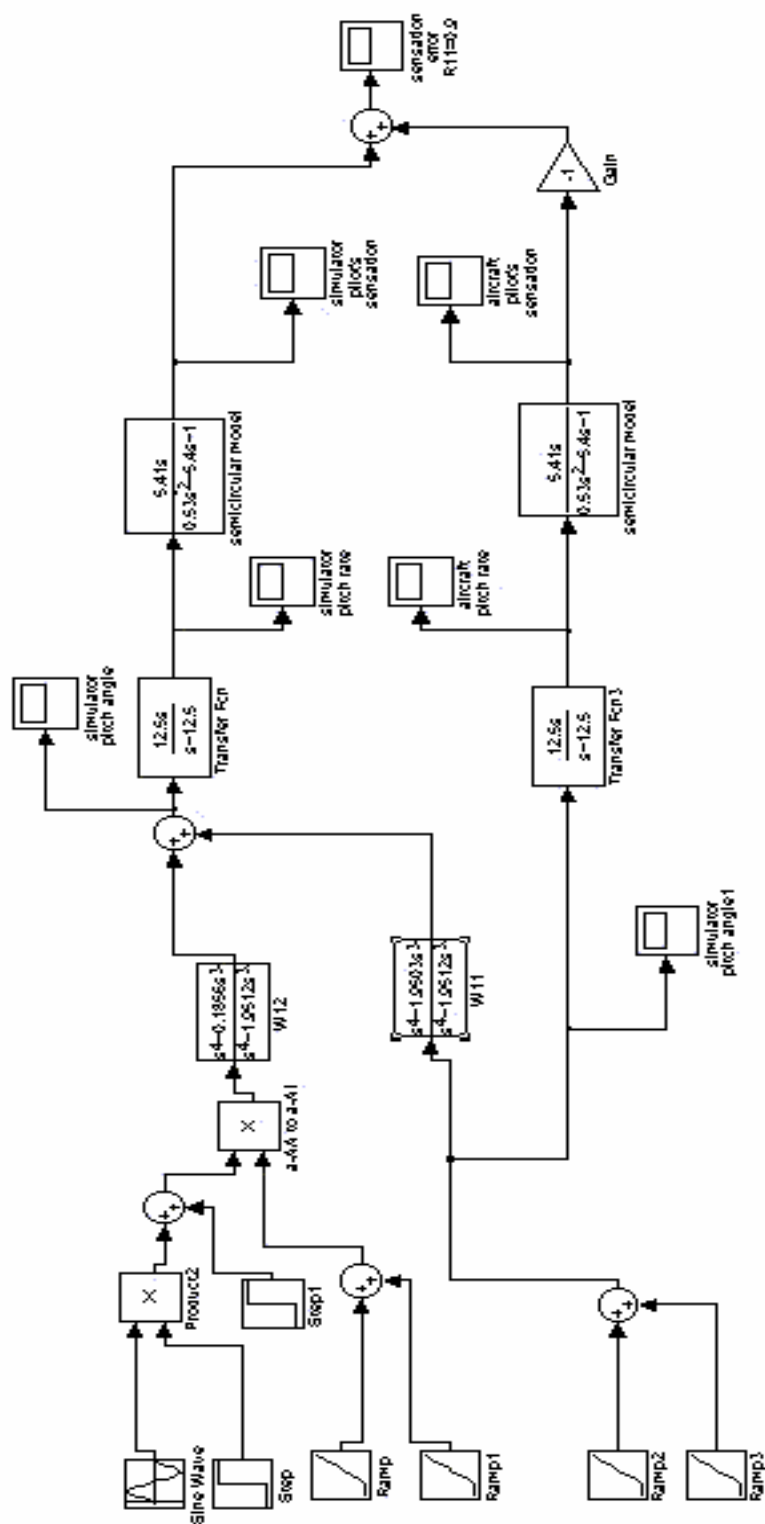


图6.17 飞行模拟器与模型器的旋翼控制误差测试流程图

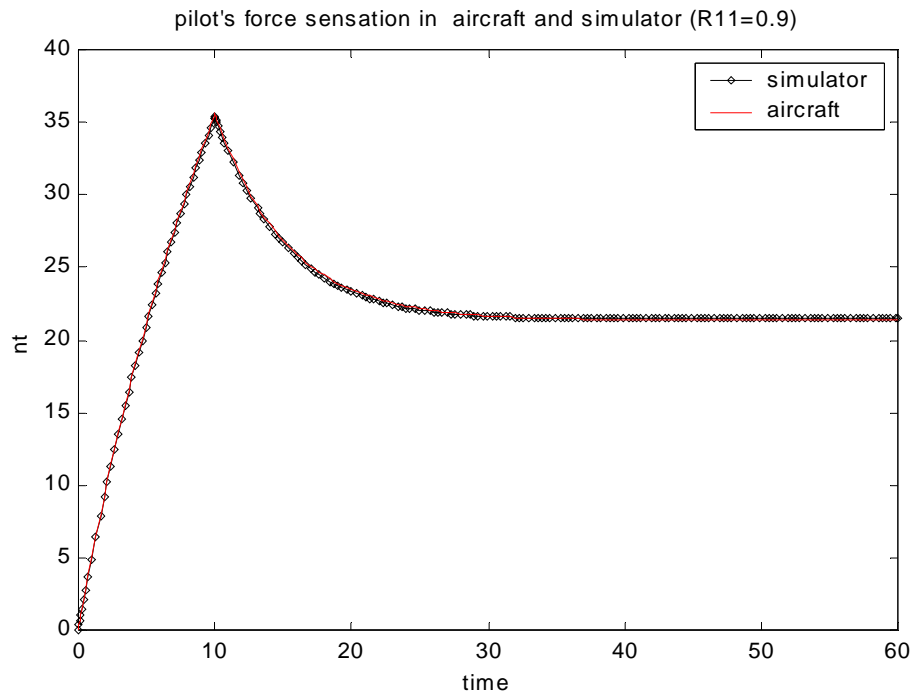


圖 6.18 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺 ($R_{11}=0.9$)



圖 6.19 飛行員對力的感測誤差 ($R_{11}=0.9$)

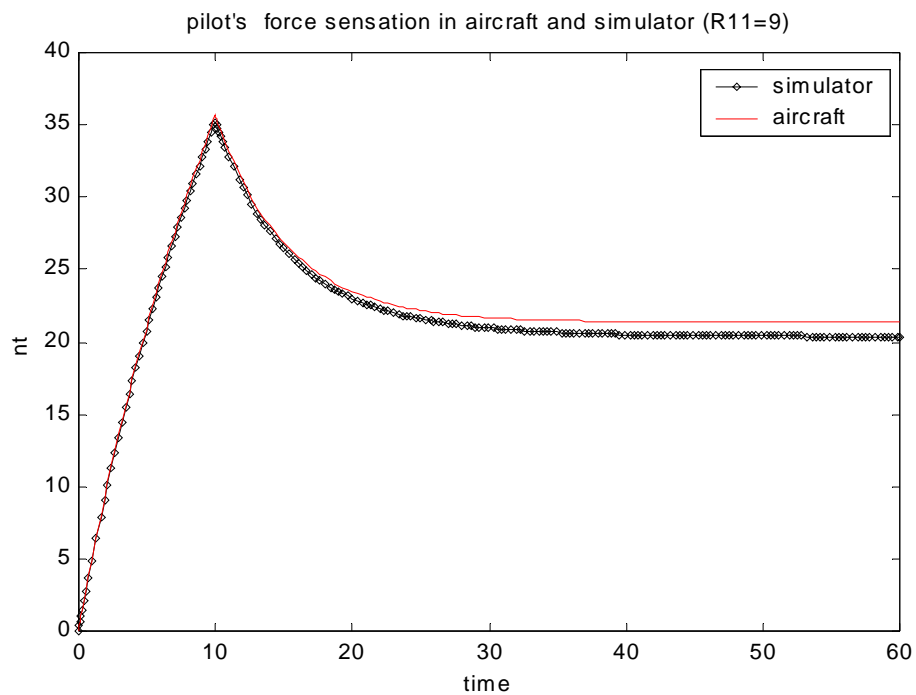


圖 6.20 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺 (R11=9)

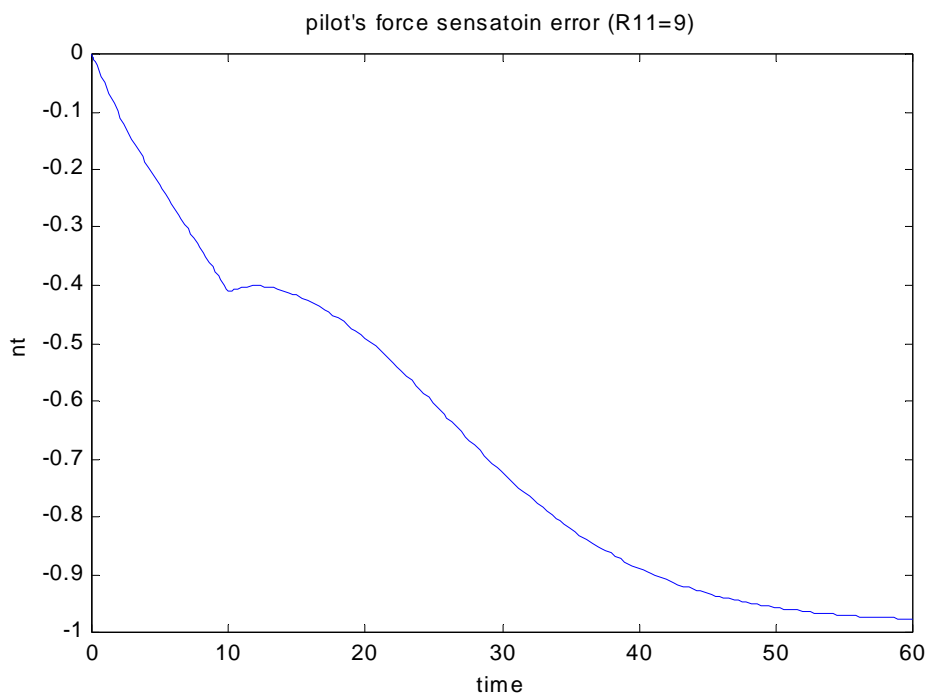


圖 6.21 飛行員對力的感測誤差 (R11=9)

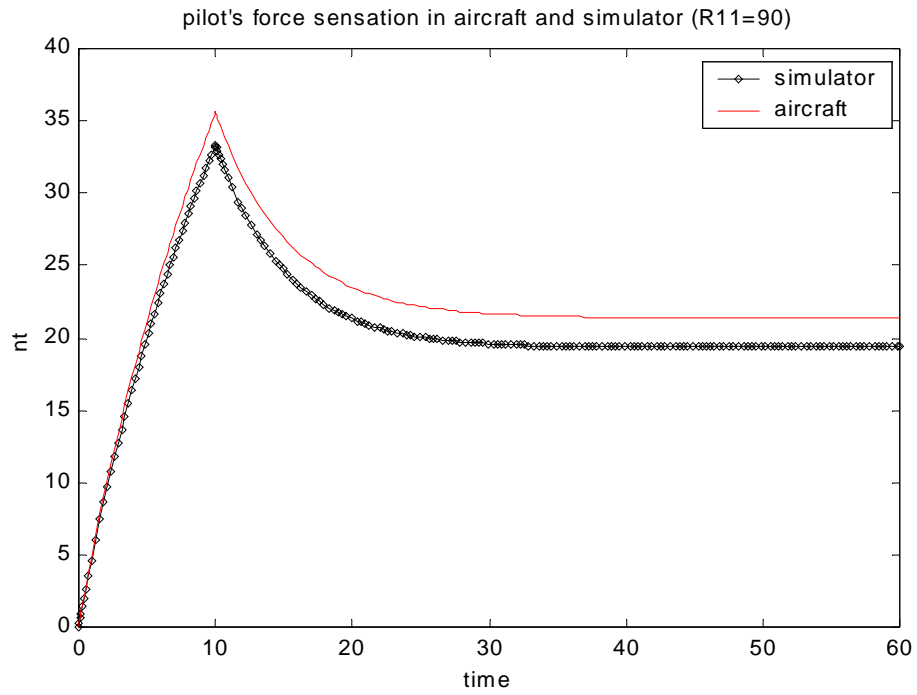


圖 6.22 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺 (R11=90)

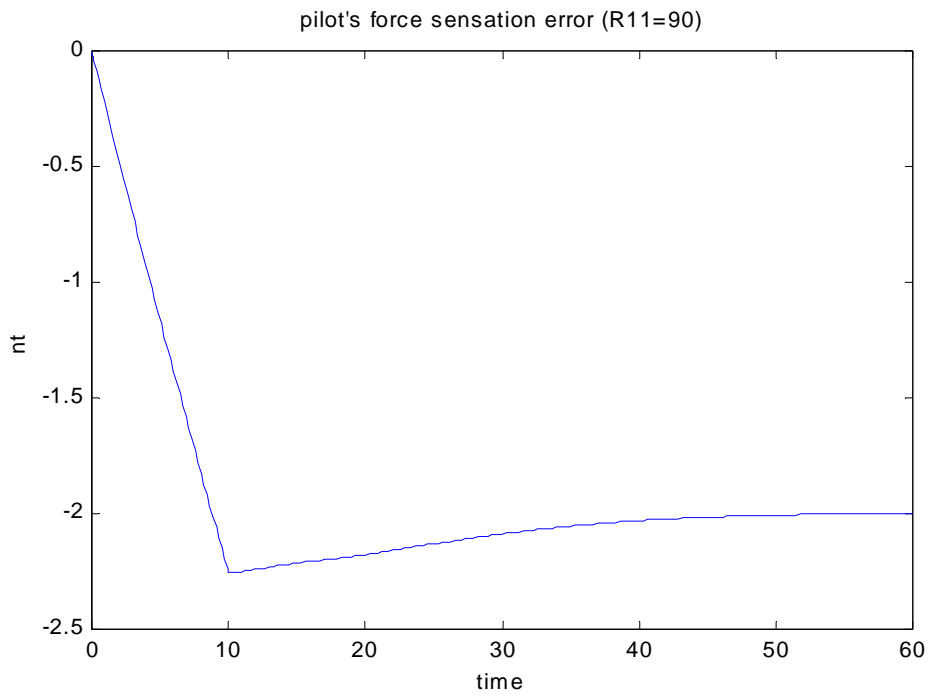


圖 6.23 飛行員對力的感測誤差 (R11=90)

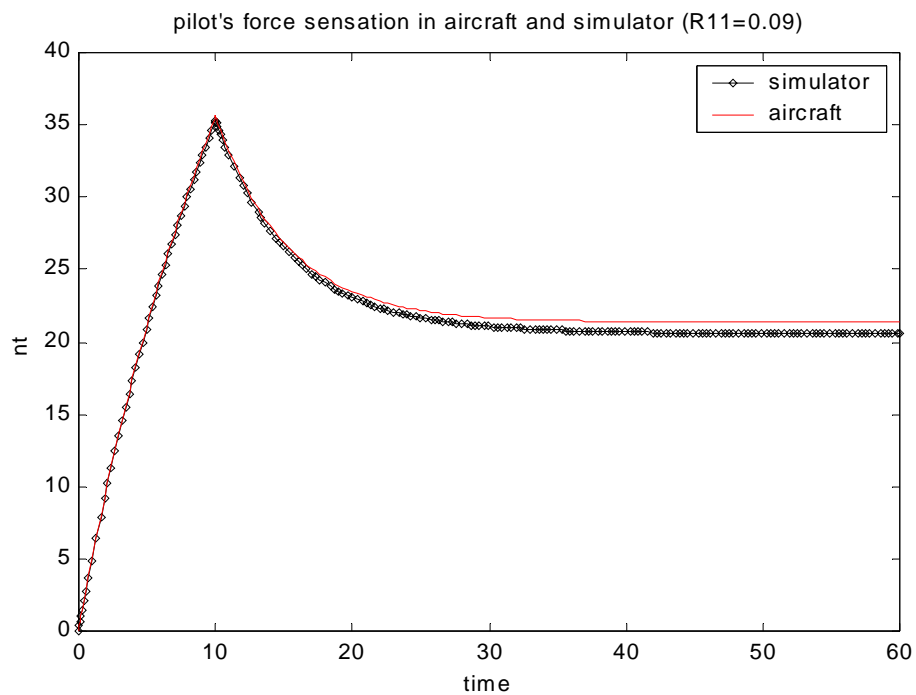


圖 6.24 飛行員於飛機和模擬器上對力的感覺 ($R_{11}=0.09$)

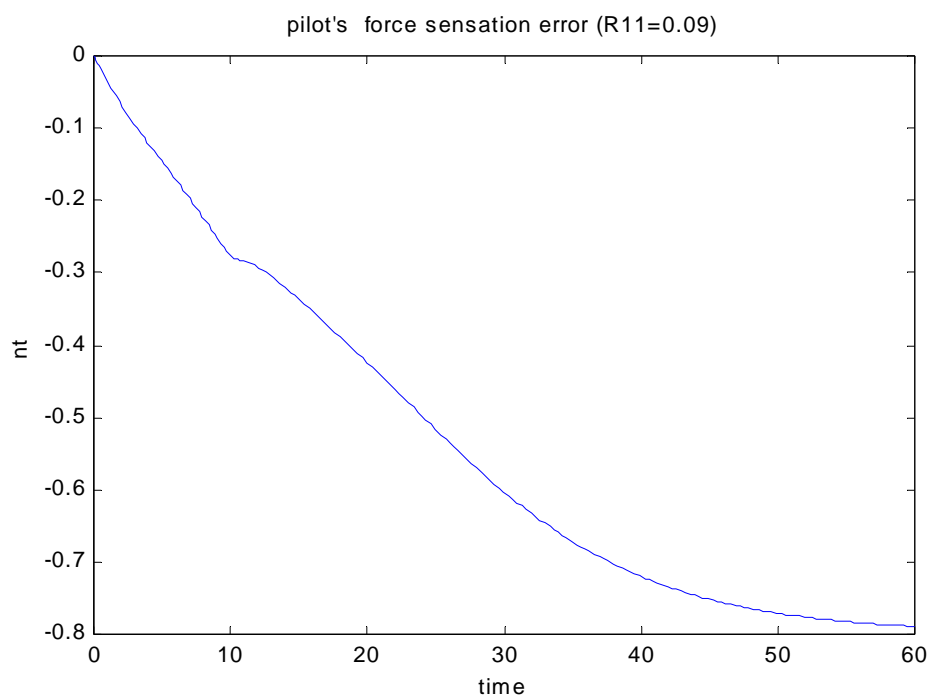


圖 6.25 飛行員對力的感測誤差 ($R_{11}=0.09$)

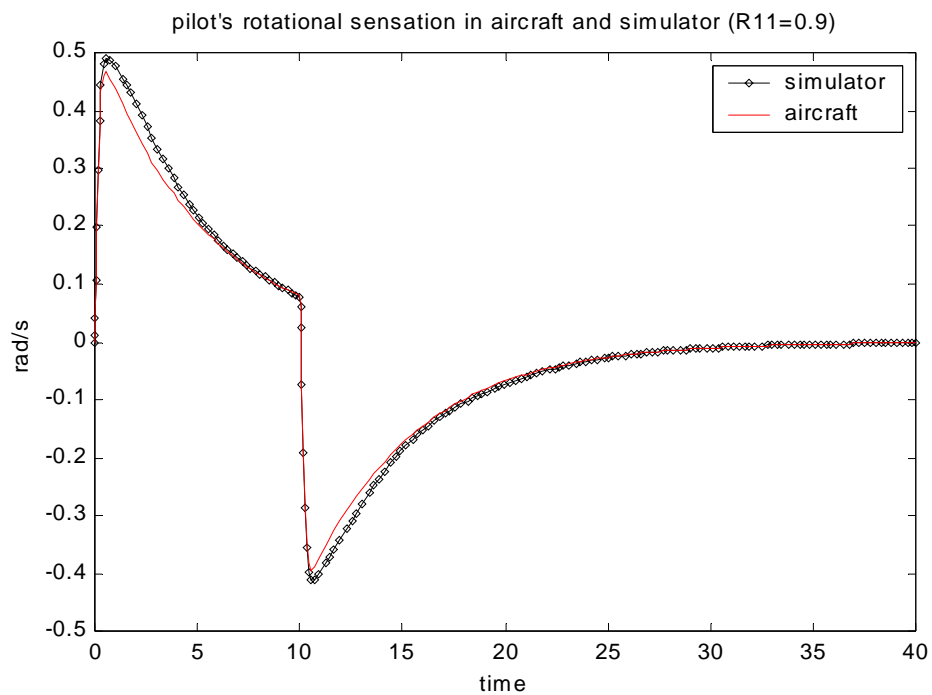


圖 6.26 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺 ($R_{11}=0.9$)

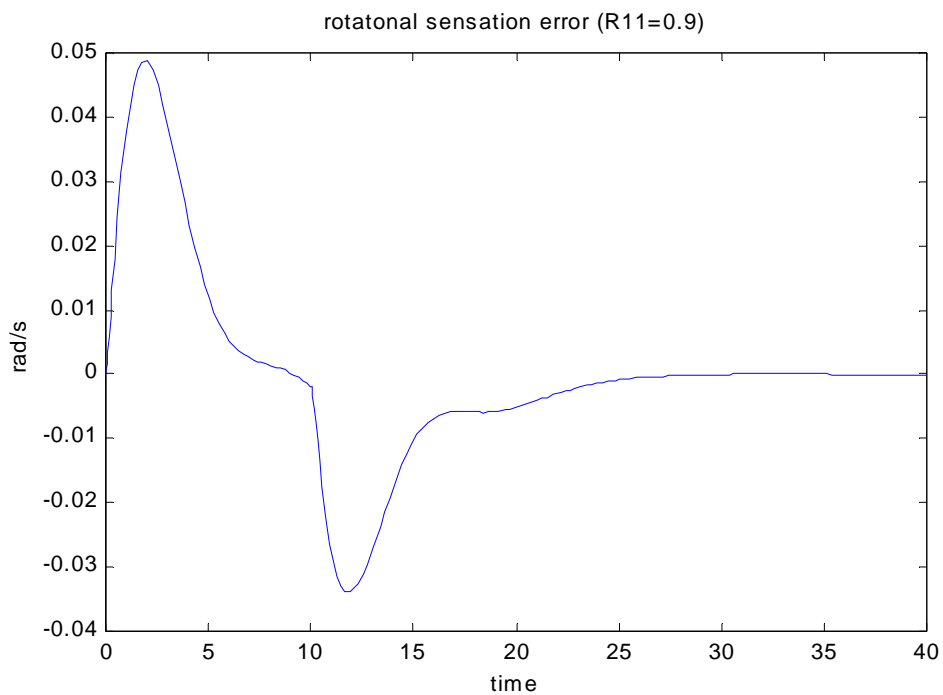


圖 6.27 飛行員對角速度的感測誤差 ($R_{11}=0.9$)

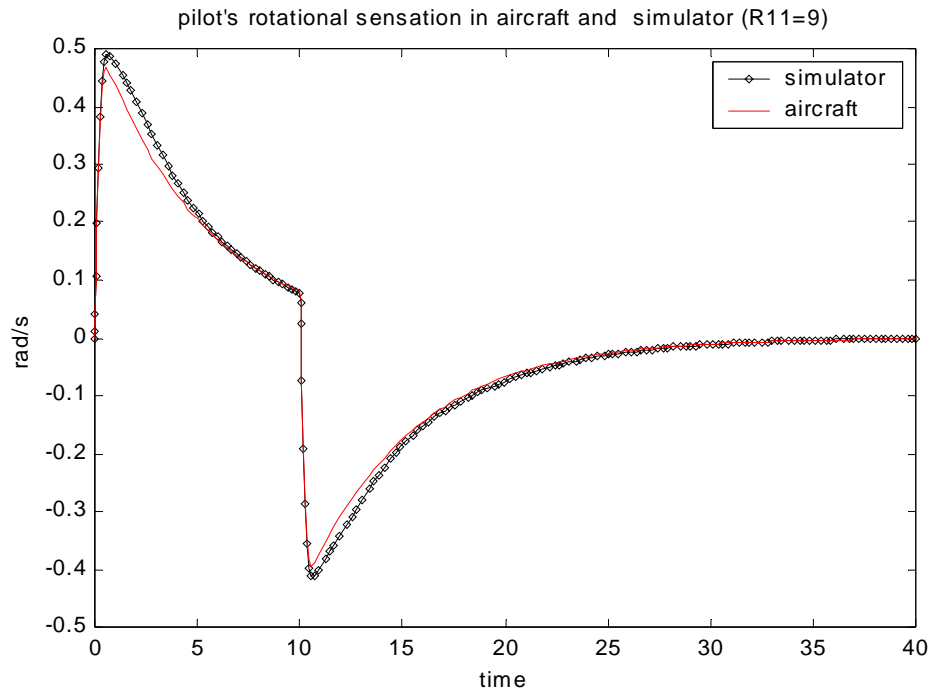


圖 6.28 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺 (R11=9)

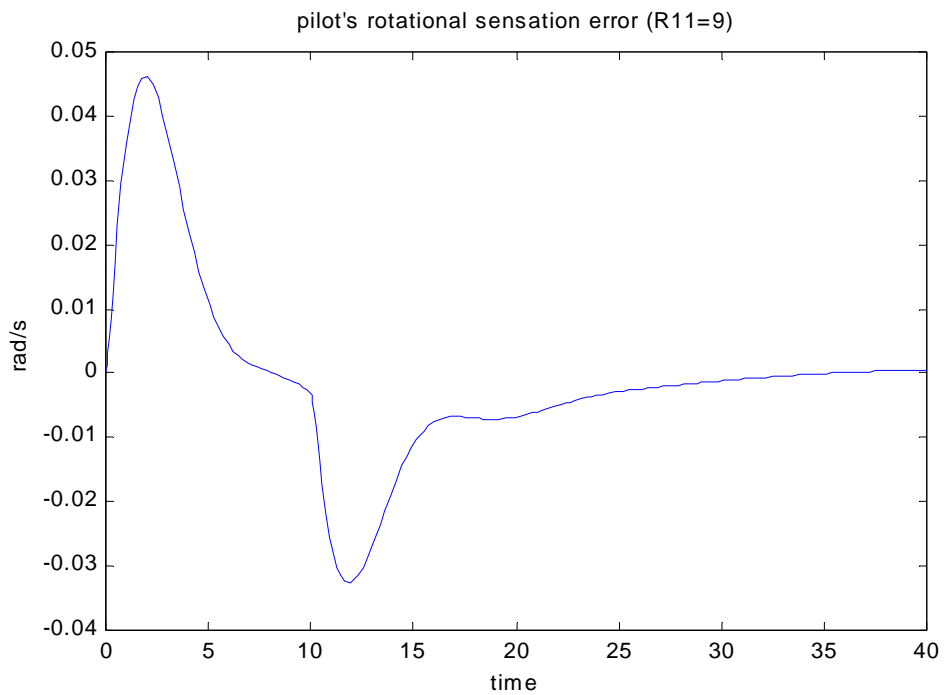


圖 6.29 飛行員對角速度的感測誤差 (R11=9)

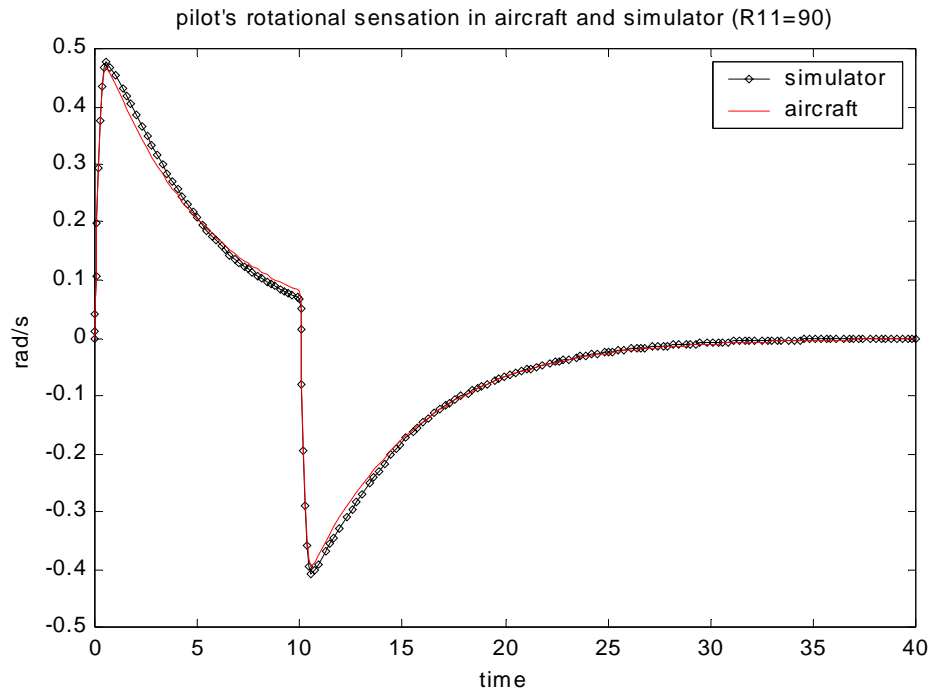


圖 6.30 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺 (R11=90)

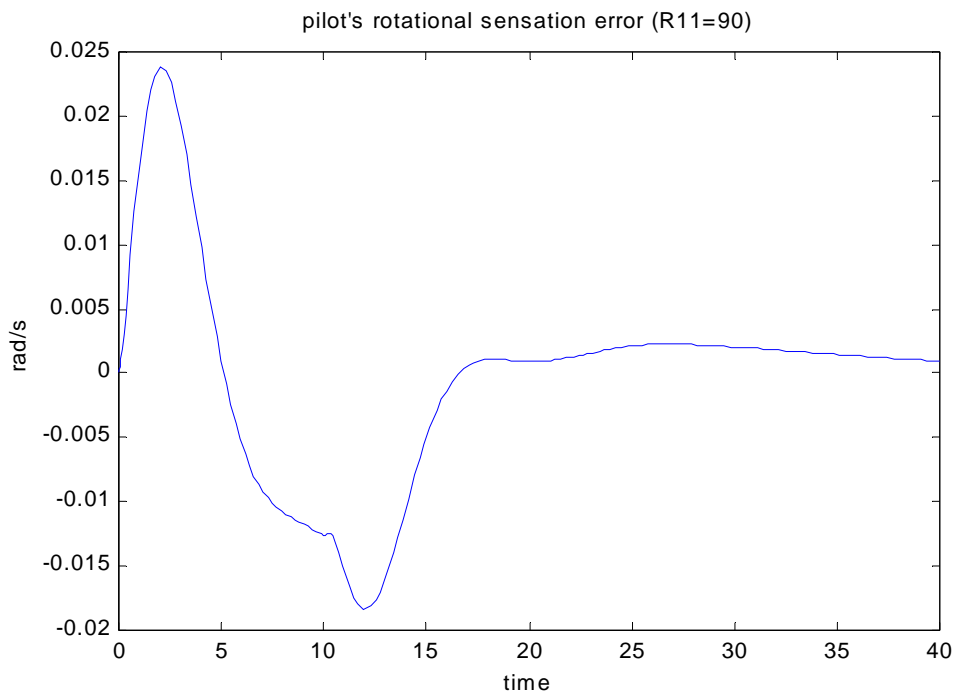


圖 6.31 飛行員對角速度的感測誤差 (R11=90)

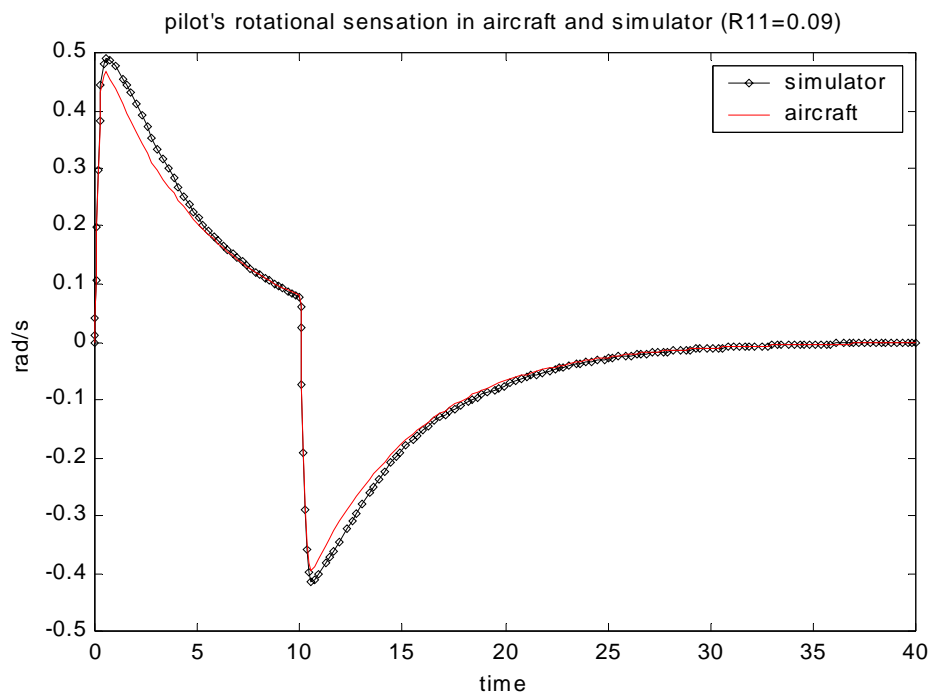


圖 6.32 飛行員於飛機和模擬器上對角速度的感覺 ($R_{11}=0.09$)

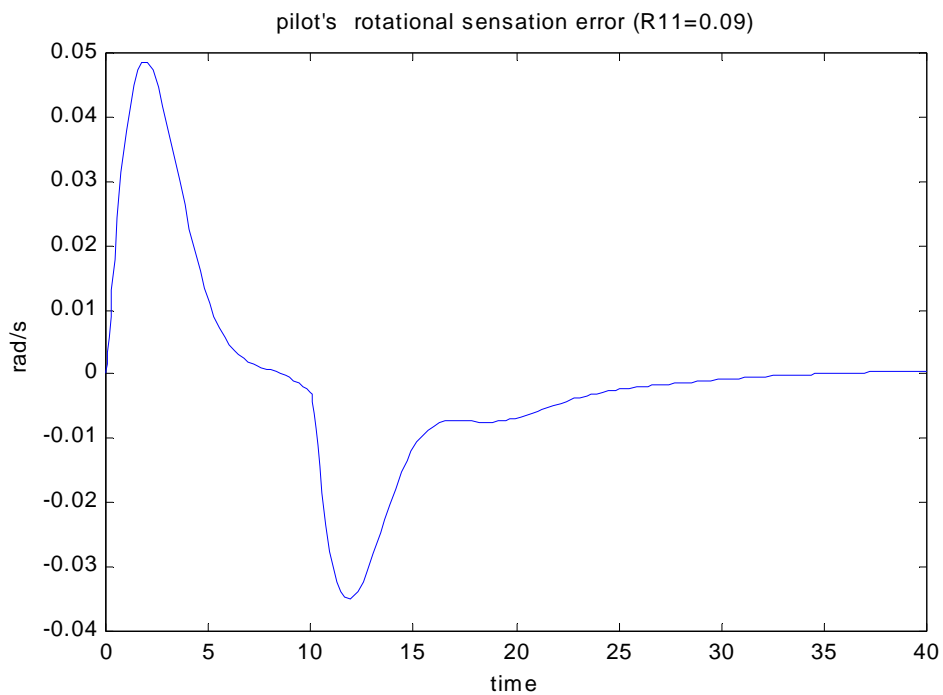


圖 6.33 飛行員對角速度的感測誤差 ($R_{11}=0.09$)

表 6.2 俯仰 / 傾斜 極點和零點

D(S)	Num11(S)
$-0.38278 + 0.71053i$	$-0.38275 + 0.71070i$
$-0.38278 - 0.71053i$	$-0.38275 - 0.71070i$
$-0.69260 + 0.26146i$	$-0.69228 + 0.26161i$
$-0.69260 - 0.26146i$	$-0.69228 - 0.26161i$
-0.18867	-0.18867
-0.07606	-0.07602
極零點對消	
0	0
0	0
-9.99999	-10
-0.19	-0.19
-0.18867	-0.18867
-0.0000100000000000^{**}	-0.0000100000000000^{**}

D(S)	Num12(S)
$-0.38278 + 0.71053i$	$10 - 0.0000002558816i^{*}$
$-0.38278 - 0.71053 i$	-1
$-0.69260 + 0.26146 i$	$-0.39041 + 0.39087 i$
$-0.69260 - 0.26146 i$	$-0.39041 - 0.39087 i$
-0.18867	-0.18999
-0.07606	-0.07232
極零點對消	
0	$-0.00000618115743 + 0.00000597i^{**}$
0	$-0.00000618115743 - 0.000005970i^{**}$
-9.9999	$10 + 0.0000002558816i^{*}$
-0.19	-0.18867
-0.18867	-0.18867
-0.0000100000000000^{**}	0.00089010414142^{**}

D(S)	Num21(S)
-0.38278 + 0.71053 i	-0.18866
-0.38278 - 0.71053i	-0.07606
-0.69260 +0.261467i	0.06960278954597
-0.69260 - 0.261467i	0.00004241256623 + 0.00008057i**
-0.18867	0.00004241256623 - 0.00008057i**
-0.07606	-0.00009482847681**
極零點對消	
0	0
0	0
-9.99999	-9.99999
-0.19	-0.18999
-0.18867	-0.18866
-0.00001000000000**	-0.00001000000000**

D(S)	Num22(S)
-0.38278 + 0.71053 i	-0.82535
-0.3827 - 0.71053 i	-0.18999
-0.69260+ 0.26146 i	-0.07606
-0.69260 - 0.26146 i	-0.00003422579 0.00004804i**
-0.18867580379831	-0.0000342257 0.000048045i**
-0.07606970830024	0.00004919355480**
極零點對消	
0	0.000000412395 0.0000032i**
0	0.000000412395 - 0.0000032i**
-9.9999	-10
-0.19	-0.18873
-0.18867	-0.18867
-0.00001000000000**	-0.00001094121857**

* image part approach 0

** real and image part approach 0

表 6.3 滾轉/搖擺 極點和零點

D(S)	Num11(S)
$-0.35789 + 0.68367i$	$-0.35784 + 0.6838 i$
$-0.35789 - 0.68367 i$	$-0.35784 - 0.6838 i$
$-0.66293 + 0.25115 i$	$-0.66265 + 0.25127 i$
$-0.66293 - 0.25115 i$	$-0.66265 - 0.25127 i$
-0.16387	-0.16387
-0.07607	-0.07603
極零點對消	
0	0
0	0
-9.9999	-9.9999
-0.19	-0.18999
-0.16393	-0.16393
-0.000010000000000**	-0.000010000000000**

D(S)	Num12
$-0.35789 + 0.68367 i$	-9.9999
$-0.3578 - 0.6836 i$	-1.
$-0.66293 + 0.25115 i$	$-0.37163 + 0.37284 i$
$-0.66293 - 0.25115 i$	$-0.37163 - 0.37284 i$
-0.16387	-0.16393
-0.07607	-0.06921
極零點對消	
0	$-0.00001264492192 + 0.000015855i$ **
0	$-0.00001264492192 - 0.000015855i$ **
-9.9999	-10
-0.19	-0.18999
-0.16393	-0.16393
-0.000010000000000**	-0.00206638118736**

**趨近於 0

D(S)	Num21(S)
$-0.35789 + 0.6836 i$	-0.16391
$-0.35789 - 0.6836 i$	-0.07606
$-0.66293 + 0.25115 i$	0.02223
$-0.66293 - 0.25115 i$	$0.000203379 + 0.000363898i^{**}$
-0.16387	$0.0002033795 - 0.000363898i^{**}$
-0.07607	-0.00041694650120^{**}
極零點對消	
0	0
0	0
-9.9999	-10
-0.19	-0.19
-0.16393	-0.16393
-0.000010000000000^{**}	-0.000010000000000^{**}

D(S)	Num22(S)
$-0.35789 + 0.68367 i$	-0.81138
$-0.3578 - 0.6836 i$	-0.16391
$-0.66293 + 0.25115 i$	0.00000439284272^{**}
$-0.66293 - 0.25115 i$	$-0.000012660 + 0.000014011i^{**}$
-0.16387	$-0.000012660 - 0.000014011i^{**}$
-0.07607	-0.07607
極零點對消	
0	$-0.0000071808 + 0.00000409i^{**}$
0	$-0.000007180 - 0.000004094i^{**}$
-9.9999	-10
-0.19	-0.19
-0.16393	-0.16393
-0.000010000000000^{**}	0.00228044306931^{**}

**趨近於 0

表 6.4 側轉 極點和零點

D(S)	N(S)
$-0.16615 + 0.2848i$	-0.45708
$-0.16615 - 0.2848i$	-0.09824
-0.31398	-0.00001016166296**
-0.09807	-0.00000983833705**
極零點對消	
$-0.00001000000 + 0.000000000000017i^{**}$	$-0.0000100 + 0.000000000430i^{**}$
$-0.00001000000 - 0.000000000000017i^{**}$	$-0.000010 - 0.0000000004300i^{**}$
-0.09803	-0.09803
-9.9999	-10

表 6.5 起伏 極點和零點

D(S)	N(S)
$-0.3239 + 0.5005i$	-0.18564218929665
$-0.3239 - 0.5005i$	-0.00009951135109**
-0.54772	$0.000003842 + 0.000007788i^{**}$
-0.19009	$0.0000038422 - 0.000007788i^{**}$
極零點對消	
-0.00000100000005**	-0.00000968442770**
-0.00000099999995**	$-0.000002910 + 0.000003064i^{**}$
-0.19	-0.19
0	$-0.00000291 - 0.0000030644i^{**}$

表 6.6 可調參數代表之意義

可調參數	程式名稱		
	Pitch or Roll	Yaw	Heave
權重函數	參數代表之意義		
R_{11}			
R_{22}	滾轉或俯仰角	側轉角	-----
R_{d11}	搖擺或傾斜加 速度	-----	起伏加速度
R_{d22}			
R_{d33}	搖擺或傾斜位移 的積分	-----	起伏位移的積分
Q_{11}	搖擺或傾斜的位 移	側轉角的積分	起伏的位移
Q_{22}	搖擺或傾斜的速 度	側轉角的二次積 分	起伏的速度
	半規管的誤差	半規管的誤差	-----
	耳石的誤差	-----	耳石的誤差

第七章結論

本文在第一章，第二章提及目前飛行模擬器在國外發展包括軟硬體的研究已有一段時間，相對的國內在發展六軸動感平台方面的研究正方興未艾且有相當不錯的成績，唯獨在軟體的驅動程式上缺付之闕如，至此我們因該瞭解到軟體的開發在國內已經成為整個模擬器架構開發成功所不能忽視的重要步驟，而任何模擬器軟體的開發最重要的是先要了解人體對運動的感覺即人體平衡器官的運作，所以本文第三章整理出國內外對於平衡器官的描述包含了旋轉感測器官-半歸管和加速度的感測器官耳石的介紹，此外第四章為對平衡器官的數學模式以及實驗的方法[3],[4]來做分析，我們可以得知人體的旋轉感測器在頻率為 0.2 rad/s 到 10 rad/s 為一個良好的感測頻寬，而人體的線性加速感測器對於頻率 0.2 rad/s 到 2 rad/s 為一個較佳的感測頻寬。所以人體對於較高頻率或較低頻率的訊號大多感受不到。

本文的第五章主要是以第四章為基礎利用最佳化控制理論來設計沖洗濾波器[5],[6]，由於國外的文獻中僅對於俯仰通道做其討論，所以我們利用 Matlab 軟體將四個通道俯仰/傾斜通

道、滾轉/搖擺通道，測轉通道和起伏通道完成，因此我們可以藉由程式中的權重函數來調整波得圖以得到我們需要的濾波器頻率響應規格。

但由於本論文只針對前庭系統來做討論，且實驗數據的部份參考國外的論文期刊，由於國外期刊年份較久遠所以期望未來能結合醫學方面的專家來針對實驗的部份做進一步的探討以歸納出更具有公信力的結果，另一方面由於視覺的視效對於模擬器模擬的真實性有其重要性，所以將來對視效系統軟體的開發也是非常重要的部份，如此一來結合本論文我們期望可以得到更準確更真實的模擬效果。

參考文獻

- [1] 醫學保健百科全書.光復書局 , vol.2 pp. 78-87, 1991.
- [2] 好家庭醫學百科全書.地球出版社.中華名國 71 年八月.
- [3] Meiry , “ The vestibular system and human dynamic space orientation, ” NASA CR-628.
- [4] Peter,R.A , “ Dynamics of the vestibular system and their Rotation to motion perception , spatial Disorientation, ” NASA CR-1309.
- [5] Sivan , R., Ish-Shalom, J. and Huang , J-K., “ An Optimal Control Approach to the Design of Moving Flight Simulations. ” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-12, No. 6, Nov./Dec. 1982, pp. 818-827.
- [6] L. D. Reid and M. A. Nahon, “ Flight Simulation Motion-Base Drive Algorithms ” UTISA Report No. 296 , CN ISSN 0082-5255, December 1985.
- [7] George M. Siouris, *An Engineering Approach to Optimal Control and Estimation Theory*, 1996, pp. 201-204.
- [8] H. Kwakernaak and R. Sivan, *Linear Optimal Systems*. New

York: Wiley-Interscience, 1972, pp. 253-269.

- [9] E.kreindler and D.Rothsild, "Model following in linear quadratic optimization," *AIAA J.*, vol 14, no.7, pp.835-842, July 1976.
- [10] R.V. Parrish, J. F. Diendonno, R. L. Bowles, and D. J. Martin, Jr., " Coordinated adaptive washout for motion simulators," *J. Aircraft*, vol.12, no. 1, pp. 44-50, Jan. 1975.

附錄 A

由第四章所討論半規管方程式 (4.13), 和耳石方程式 (4.15), 只針對一個方向來討論, 但由於不管是針對哪一個方向討論我們都可以得到方程式 (A-1) 和方程式 (A-2) 的一般形式, 僅在各方向的參數不相同。

$$\frac{\bar{\hat{\omega}}}{\bar{\omega}} = \frac{T_L s}{(T_L s + 1)(T_S s + 1)} \quad (A-1)$$

$$\frac{\bar{\hat{f}}}{\bar{f}} = \frac{K(\tau_a s + 1)}{(\tau_L s + 1)(\tau_s s + 1)} \quad (A-2)$$

根據參考文獻[5], 我們將其改變為方程式 (5.34) 和 (5.35), 主要的原因我們希望利用較低階的方程式透過對方程式參數的選定使得我們可以在我們有興趣討論的頻寬範圍 0.1(rad/s)到 10(rad/s)得到非常類似於原方程式的頻率響應。

附錄 B

假設系統的微分方程式為：

$$\dot{x} = A\dot{x} + Bu + Hn \quad (\text{B-1})$$

$$y = Cx + Du \quad (\text{B-2})$$

其中 A, B, C, D 為系統的矩陣，並假設為非時變。 n 為全頻雜訊，最佳化控制的問題就是要找到一個輸入 u ，使得下列的代價函數能達到最小：

$$\sigma = E \int_{t_2}^{t_1} \left[y^T G y + u^T R u \right] dt \quad (\text{B-3})$$

其中 $R \geq 0, G \geq 0$ ，且 R 和 G 皆為對稱矩陣(symmetric matrix)， R, G 在代價方程式為一 權重方程式(weight function)。

為了將代價方程式化為標準的形示，我們必須做下列的代換：

$$R_1 = C^T G C \quad (\text{B-4})$$

$$R_{12} = C^T G D \quad (\text{B-5})$$

$$R_2 = R + D^T G D \quad (\text{B-6})$$

$$R_1' = R_1 - R_{12} R_2^{-1} R_{12}^T \quad (\text{B-7})$$

$$u' = u + R_2^{-1} R_{12}^T x \quad (\text{B-8})$$

$$A' = A - B R_2^{-1} R_{12}^T \quad (\text{B-9})$$

由(B-2)到(B-6)我們可以得到：

$$\sigma = E \left\{ \int_{t_2}^{t_1} [x^T R_1 x + 2x^T R_{12} u + u^T R_2 u] dt \right\} \quad (\text{B-10})$$

從方程式(B-7) , (B-8)和(B-10)我們可以得到：

$$\sigma = E \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [x^T R_1' x + u^T R_2 u] dt \right\} \quad (\text{B-11})$$

從方程式(B-1),(B-8)和(B-9)我們可以得到：

$$\dot{x} = A' x + B u' + H n \quad (\text{B-12})$$

以上的式子均透過矩陣的代換和矩陣的運算法則，從(B-10)和(B-11)式我們必須得到， R_1 ， R_1' 和 R_2 為對稱矩陣， $R_2 > 0$ 且 R_2^{-1} 存在。

因為 G ， R 為對稱矩陣所以我們可以從方程式(B-4)，(B-6)得到 R_1 和 R_2 為對稱矩陣 又因為 $G > 0$ 和 $R > 0$ 所以從方程式(B-6)我們可以得到 $R_2 > 0$ ，且因為 $R_2 > 0$ 所以 R_2^{-1} 存在。因為 R_1 和 R_2 為對稱矩陣我們也可從方程式(B-7)中得到 R_1' 為對稱矩陣。

所以我們從方程式(B-11)和(B-12)代表隨機線性最佳調節器的問題，我們可以從參考文獻(8)得到最佳化控制問題的形式為：

$$u' = -F(t)x \quad (\text{B-13})$$

其中

$$F(t) = R_2^{-1} B^T p(t) \quad (\text{B-14})$$

其中 $P(t)$ 為下列矩陣 Riccati Equation 的解：

$$-\dot{p} = R_1' - PBR_2^{-1}B^T p + A'^T p + pA' \quad (\text{B-15})$$

且

$$p(t_1) = 0 \quad (\text{B-16})$$

從參考文獻(6)提到在穩態(steady-state)時控制的法則(control law)表示為：

$$F = R_2^{-1} B^T p \quad (\text{B-17})$$

其中 P 為下列代數 Riccati Equation 的解：

$$0 = R_1' - PBR_2^{-1}B^T p + A'^T p + pA' \quad (\text{B-18})$$

使得

$$\lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_1 - t_0} E \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [x^T R_1' x + u^T R_2 u] dt \right\} \quad (\text{B-19})$$

和

$$\lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_1 - t_0} E [x^T R_1' x + u^T R_2 u] \quad (\text{B-20})$$

(B-19),(B-20)最小。

再著假如 $x(t)$ 和 $u(t)$, [且因此 $u'(t)$], 為 ergodic , 所以方程式(B-19)可以表示為：

$$E [x^T R_1' x + u^T R_2 u] \quad (\text{B-21})$$

從方程式(B-8),(B-13)和(B-14) , 我們可以得到最佳化控制為：

$$u = -R_2^{-1} [B^T p(t) + R_1^T] x \quad (\text{B-22})$$

利用方程式(B-17) , 我們可以得到相似的穩態控制法則為：

$$u = -R_2^{-1} [B^T P + R_{12}^T] x \quad (\text{B-23})$$

且從方程式(B-3),(B-11)和(B-21)相關的穩態代價方程式為：

$$\sigma = E y^T G y + u^T R u \quad (\text{B-24})$$

附錄 C

方程式 (5-23) 中 Riccati equation 的解 P 可表示為下列：

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{C-1})$$

其中 p_{11} 和 p_{22} 為方陣(square matrix)且與系統矩陣 A 有相同的維度(dimension)，從方程式(5-20),(5-22)和(5-27)我們可以得到：

$$[F_1 \ F_2 \ F_3] = R_2^{-1} [\bar{B}^T P + \bar{D} G \bar{C}] \quad (\text{C-2})$$

相同的我們也將 \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} , R_1 , R_2 和 R_{12}

分割，代入方程式(C-1)我們可以得到：

$$F_1 = R_2^{-1} (B^T P_{12} - D^T Q C) \quad (\text{C-3})$$

$$F_2 = R_2^{-1} (B^T P_{22} + D^T Q C) \quad (\text{C-4})$$

$$F_3 = R_2^{-1} (B^T P_{23} - D^T Q D) \quad (\text{C-5})$$

因此我們在計算 $W(S)$ 時僅需要 P_{21} , P_{22} , 和 P_{23} 。

